ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи



Ишутов Сергей Михайлович

Волновые режимы конвекции молекулярных бинарных смесей и коллоидных суспензий

Специальность 01.02.05.
«Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д. ф-м. н., Смородин Б.Л.

Пермь – 2018

Оглавление

Введение **4**

1 Современное состояние проблемы **13**

1.1 Конвективные течения в бинарных молекулярных растворах 14

1.2 Термовибрационная конвекция в однородных жидкостях и молекулярных бинарных смесях 21

1.3 Особенности конвекции в коллоидных суспензиях 26

2 Конвекция молекулярной бинарной смеси под действием высокочастотных вибраций, направленных под углом к горизонту **37**

2.1 Постановка задачи 37

2.2 Механическое квазиравновесие и его устойчивость 41

2.3 Влияние интенсивности и угла наклона вибраций на характеристики конвективных решений 44

2.4 Зеркально-сдвиговая симметрия бегущих волн 53

2.5 Основные итоги второй главы 55

3 Конвекция бинарной смеси в поле вертикальных высокочастотных вибраций **57**

3.1 Постановка задачи 57

3.2 Граница возникновения конвекции. Аналитическое рассмотрение 59

3.3 Бифуркационные диаграммы при умеренных интенсивностях вибраций 63

3.4 Интенсивные вибрации. Модулированные бегущие волны 66

3.5 Основные итоги третьей главы 75

4 Конвективные течения коллоидной суспензии в наклонной замкнутой ячейке 77

4.1 Постановка задачи 77

4.2 Численное решение и пространственно-временные характеристики решений 80

4.3 Бифуркационные диаграммы и свойства волновых режимов 85

4.3.1 Режим модулированных бегущих волн 86

4.3.2 Режим бегущих волн, меняющих направление движения 92

4.3.3 Режимы нерегулярных колебаний и ползущего течения 97

4.4 Изменение бифуркационных диаграмм при изменении угла наклона 99

4.5 Основные итоги четвертой главы 102

Заключение 103

Список литературы 105

Введение

Актуальность и степень разработанности темы исследования. Объектом диссертационного исследования являются волновые режимы течений, обусловленные транспортом молекулярной или коллоидной примеси. В работе рассмотрены режимы конвекции в плоском горизонтальном слое молекулярной бинарной смеси с отрицательной термодиффузией под действием высокочастотных вибраций и режимы конвекции коллоидной суспензии в замкнутой наклонной ячейке при учете гравитационного оседания наночастиц.

Важные отличия молекулярных и коллоидных растворов связаны с размерами примесей. Наночастицы в коллоидных суспензиях имеют размер 10-100 нм, что приводит к их гравитационному расслоению. Кроме того, для молекулярных смесей коэффициенты диффузии на два порядка выше, чем для наночастиц. Несмотря на существенные различия в свойствах молекулярных и коллоидных бинарных смесей, процессы переноса в них могут демонстрировать аналогичное поведение. Под влиянием термодиффузионного транспорта молекулярной бинарной смеси при отрицательном эффекте термодиффузии и нагреве ячейки снизу или под воздействием гравитационного оседания коллоидной примеси в поле тяжести концентрация тяжелой компонеты у нижней границы увеличивается. Перенос примеси в обоих случаях изменяет силу, действующую на элемент бинарной смеси, на интенсивность конвективного перемешивания и, следовательно, определяет характер конвективных течений. В результате в подобных системах могут формироваться разнообразные протяженные конвективные состояния (стационарная конвекция, стоячие и бегущие волны), которые активно исследуются в настоящее время теоретически и экспериментально. При этом актуальным является получение условий устойчивости основного состояния гидродинамической системы, в качестве которого может рассматриваться механическое равновесие, либо течение смеси.

Во многих ситуациях в роли осложняющего фактора выступает приложенное к системе переменное силовое воздействие в виде посту-

пательных вибраций высокой частоты и малой амплитуды, способных вызвать вибрационную конвекцию подвижной среды. Актуальность теоретического анализа осреднённых течений, обусловленных гравитационным и вибрационным механизмами возбуждения конвекции в бинарных смесях, определяется возможностью практического использования вибрационных воздействий для управления интенсивностью тепло- и массопереноса, сопровождающего различные технологические процессы как в наземных условиях, так и в условиях микрогравитации.

Конвекция в бинарных смесях и связанные с ней процессы переноса не только рассматриваются в теоретических задачах гидродинамики, являются объектами численного моделирования, но и часто встречаются в технологических и промышленных приложениях, например, в системах охлаждения, немеханических переключателях и различных датчиках. Поскольку бифуркационные диаграммы конвективных решений бинарных смесей содержат области сосуществования нескольких режимов, отличающихся интенсивностью теплопотока, то конвективные ячейки с бинарной смесью можно использовать в качестве переключателя: небольшое изменение управляющего параметра резко изменяет теплопоток. В связи с этим знание законов действия вибраций или наклона ячейки на конвективные течения бинарной смеси актуально.

Исследования, вошедшие в диссертацию, проводились при поддержке РФФИ (гранты 14-01-96027, 14-01-31299), грантов поддержки научных школ НШ-4022.2014.1 "Нелинейные процессы в гидродинамических системах. Новые способы управления природными и технологическими процессами"(2014-2015), НШ-9176.2016.1 "Нелинейная гидродинамика проводящих и непроводящих жидкостей: от фундаментальных вопросов до технологических приложений"(2016-2017).

Цель работы: заключается в теоретическом исследовании закономерностей возникновения и эволюции конвективных структур в молекулярной бинарной смеси, обладающей отрицательной термодиффузией или в коллоидной суспензии наночастиц при наличии осложняющих факторов (вибраций или наклона ячейки); в моделировании нелиней-

ной пространственно-временной эволюции волновых режимов конвекции. Для достижения цели рассмотрены следующие **задачи**:

- теоретически изучить влияние ориентации оси высокочастотных вибраций относительно границ горизонтального слоя на возникновение и эволюцию волновых конвективных течений в бинарной молекулярной смеси, обладающей отрицательной термодиффузией;
- теоретически проанализировать характер изменения бифуркационных диаграмм конвективных решений жидкостной бинарной смеси под действием высокочастотных вертикальных вибраций; выяснить возможна ли стабилизация с помощью вибраций неустойчивого решения слабонелинейных бегущих волн в молекулярной бинарной смеси;
- с помощью численного моделирования изучить колебательные режимы конвекции коллоидной суспензии в наклонной замкнутой ячейке: модулированные бегущие волны, волны, меняющие направление своего движения, режим нерегулярных колебаний; рассмотреть случаи различных углов наклона ячейки к горизонтали.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней впервые:

- Исследовано влияние интенсивности и угла наклона оси высокочастотных вибраций на структуру нелинейных конвективных течений в горизонтальном слое бинарной смеси жидкостей, изучены бифуркационные характеристики конвективных решений.
- Обнаружено сужение интервала значений числа Релея, при которых в слое реализуется режим бегущих волн, связанное с увеличением угла наклона оси вибраций.
- Доказано разрушение зеркально-сдвиговой симметрии бегущих волн в молекулярной бинарной смеси под воздействием высокочастотных вибраций, ось которых не перпендикулярна границам слоя.

- Установлены условия существования модулированных бегущих волн в горизонтальном слое молекулярной бинарной смеси под действием вибраций высокой частоты с осью, ориентированной поперек слоя.

- Построены бифуркационные диаграммы конвективных течений коллоидной суспензии, заполняющей замкнутую наклонную ячейку, исследован характер режимов конвекции в зависимости от интенсивности нагрева и угла наклона.

Теоретическая и практическая значимость работы состоит в том, что:

- Линейный анализ вибрационно-конвективной неустойчивости молекулярной бинарной смеси жидкостей с эффектом Соре, выполненный для вертикальной ориентации оси высокочастотного воздействия, дополняет ранее опубликованные результаты для поперечных вибраций, позволяет получить границы вибрационно-конвективной неустойчивости бинарной смеси с помощью пересчета результатов, известных для случая отсутствия вибраций.

- Исследования нелинейной динамики структур термовибрационной и термогравитационной конвекции в молекулярных жидкостных смесях и коллоидных суспензиях позволили обнаружить новые устойчивые режимы течения в виде слабонелинейных и модулированных бегущих волн и проанализировать их свойства, что вносит вклад в развитие механики жидкостей.

- Теоретические модели и полученные на их основе результаты могут быть использованы при планировании лабораторных экспериментов по выявлению характера ветвления основного состояния многокомпонентной конвективной системы, при тестировании методов приближенного решения гидродинамических задач, а также при решении практических задач, требующих эффективного управления течением и тепломассообменом, используемых, например, в

технологиях получения материалов с заданными свойствами, разделения смесей.

Методология и методы исследования. Линейная устойчивость состояния равновесия молекулярной бинарной смеси исследована с помощью метода малых возмущений. Нелинейная пространственно-временная эволюция надкритических режимов конвекции изучена методами прямого численного моделирования (методом конечных разностей для горизонтального слоя смеси или методом контрольного объема – для замкнутой ячейки с коллоидной суспензией). Использованы также методы обработки и визуализации результатов расчетов.

Основные положения, выносимые на защиту:

- Бифуркационные диаграммы осредненных режимов термовибрационной конвекции бинарной смеси жидкостей с отрицательной термодиффузией, заполняющей подогреваемый снизу горизонтальный слой и характеристики нелинейных решений в зависимости от интенсивности высокочастотных вибраций и ориентации их оси относительно границ слоя.

- Вывод о том, что высокочастотные вибрации, направленные под углом к горизонту, за исключением случая вертикальных вибраций разрушают зеркально-сдвиговую симметрию бегущих в бинарной смеси волн.

- Аналитические результаты линейного анализа устойчивости равновесия плоского горизонтального слоя молекулярной бинарной смеси жидкостей с термодиффузией, подогреваемого снизу и находящегося под воздействием высокочастотных вертикальных вибраций различной интенсивности.

- Результаты нелинейного анализа бегущих волн, бифуркационные диаграммы и характеристики пространственно-временного поведения структур в горизонтальном слое под действием высокочастотных вертикальных вибраций.

- Результаты нелинейного анализа и бифуркационные диаграммы конвективных режимов коллоидной суспензии в наклонной конвективной ячейке.

- Вывод о том, что при увеличении угла наклона конвективной ячейки, заполненной коллоидной суспензией, усложняется характер бифуркационной диаграммы: появляются более сложные режимы течения, которые отсутствуют в случае горизонтальной ячейки (например, бегущие волны, меняющие свое направление из-за отражения от боковых стенок ячейки или режим нерегулярных колебаний).

Высокая **степень достоверности** диссертационной работы обеспечена применением физически обоснованных моделей для описания гидродинамики и тепломассообмена в рассматриваемых подвижных средах; выбором апробированных расчетных методик и схем анализа, используемых в приближении воздействия высокой (но не акустической) частоты; сопоставлением полученных решений для конкретного набора параметров с доступными экспериментальными данными или ранее опубликованными результатами других авторов, а также с известными точными решениями в некоторых предельных случаях.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на межвузовской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Физика для Пермского края» (Пермь, 2012); Всероссийской научно-практической конференции “Актуальные задачи механики сплошных сред” (Пермь, 2014), конференции Пермские гидродинамические научные чтения (Пермь, 2013, 2014, 2015, 2016), Sixth International Symposium on Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics (Paris, 2015), XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015), 12th International Meeting on Thermodiffusion (Madrid, 2016), XX Зимней школе по механике сплошных сред (Пермь, 2017), Пермском гидродинамическом семинаре (Пермь, 2013, 2015, 2018), на семинаре Института механики сплошных сред УрО РАН (Пермь,2018).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 работ [1–15]. Из них [1, 2, 4, 7, 8, 11, 15] – статьи, остальные тезисы. Статьи [4, 7, 11, 15] входят в список ВАК, работы [3, 13, 14] подготовлены без соавторов.

Личный вклад автора. Автор диссертационной работы принимал активное участие в обсуждении постановок задач, самостоятельно провел аналитические и численные вычисления. Анализ и интерпретация данных численного моделирования и подготовка научных публикаций проводились совместно с научным руководителем и соавторами. Выносимые на защиту основные положения диссертационной работы получены автором лично.

Структура и содержание диссертации. Диссертационная работа включает введение с краткой характеристикой диссертации и обсуждением новизны и достоверности полученных автором результатов, главу, представляющую современное состояние исследований (обзор литературы), трех глав с результатами исследований автора, заключения с выносимыми на защиту итогами и списка литературы (125 наименований). Общий объем диссертации 118 страниц, включая 42 рисунка и 2 таблицы.

В **первой главе** обсуждается общая актуальность темы исследований. Приведен обзор литературы по тепловой и вибрационной конвекции в молекулярных бинарных смесях, а также тепловой конвекции в коллоидных суспензиях.

Во **второй главе** обсуждаются процессы возникновения и нелинейной эволюции конвективных течений в молекулярных смесях, заполняющих горизонтальный слой, находящийся в поле высокочастотных вибраций, ось которых направлена под произвольным углом к горизонту. В первом параграфе приведена постановка задачи и в приближении Буссинеска приводится система уравнений, описывающая конвекцию. Во втором параграфе характеризуется состояние механического квазиравновесия, когда, в общем случае, отсутствует осредненное течение жидкости. В третьем параграфе кратко рассмотрен численный метод, применяемый для расчета нелинейных течений, а также представлены результаты влияния интенсивности вибрационного воздействия и угла наклона

оси вибраций к горизонтали на характеристики нелинейных волновых режимов конвекции. Получены бифуркационные диаграммы конвективных режимов. В четвертом параграфе проанализировано разрушение зеркально-сдвиговой симметрии бегущих волн под действием вибраций. Показано, что данный тип симметрии решений сохраняется только в случае вертикальных вибраций. Далее приведены основные выводы по главе.

В **третьей главе** исследовано влияние вертикальных высокочастотных вибраций на пороги возникновения конвекции и нелинейные устойчивые режимы конвективных течений бинарной молекулярной смеси (спирт-вода) в горизонтальном слое при подогреве снизу. После постановки задачи в первом параграфе, во втором – рассматривается приближенное аналитическое решение задачи, согласно которому, пороги возникновения колебательной конвекции при наличии вертикальных вибраций можно найти с помощью пересчета данных о порогах конвекции бинарной смеси в отсутствии вибраций. В третьем и четвертом параграфах обсуждается влияние вертикальных вибраций на особенности формирования конвективных течений. Показано, что при умеренных значениях числа Гершуни (третий параграф) бифуркационная диаграмма качественно похожа на диаграмму в статическом поле тяжести, но критические значения, определяющие переходы между различными решениями: механического равновесия, устойчивых и неустойчивых бегущих волн, а также стационарной конвекции, сдвигаются в область больших чисел Релея. В четвертом параграфе анализируются нелинейные конвективные течения, существующие при достаточно сильном вибрационном воздействии, в том числе устойчивые режимы слабонелинейных и сильнонелинейных бегущих волн, а также режим модулированных бегущих волн. На плоскости параметров число Релея–число Гершуни найдены границы областей существования различных волновых и стационарного режимов. Сформулированы основные выводы по главе.

В **четвертой главе** изучены и проанализированы особенности конвективных течений коллоидной смеси, заполняющей замкнутую полость, наклоненную к горизонту под небольшим углом. В первом пара-

графе дана постановка задачи. Во втором параграфе обсуждаются численные методы и характеристики решений. В третьем параграфе приведены результаты анализа свойств бегущих волн, а также волн, меняющих направление движения в конвективной ячейке и нерегулярных колебательных процессов. В четвертом параграфе проанализировано влияние угла наклона ячейки на характер бифуркационных диаграмм и изменение характеристик режимов течения. Приведены основные выводы по главе.

В заключении сформулированы основные итоги диссертационной работы, а также даны рекомендации и рассмотрены перспективы дальнейшей разработки темы.

Глава 1

Современное состояние проблемы

Конвективные явления часто встречаются в природе и используются в различных технологических процессах. Благодаря этому они являются объектом исследований во многих фундаментальных и прикладных науках: в теоретической и экспериментальной гидромеханике, метеорологии, океанологии, геофизике и астрофизике [16–20].

Подробный анализ условий возникновения конвекции в горизонтальном слое однородной неизотермической жидкости в поле тяжести приведен в [17], где показано, что при подогреве жидкости снизу все возмущения монотонны. Стационарная конвекция возникает в результате прямой бифуркации, когда число Релея превышает некоторое критическое значение $Ra_c^0 \approx 1708$. Развитое конвективное течение обладает периодической вдоль слоя структурой (конвективные валы) с волновым числом $k \approx 3.11$. При подогреве сверху в однородной жидкости существуют и колебательные возмущения, но они затухают с течением времени.

Тепловая или вибрационная конвекция бинарных (многокомпонентных) молекулярных смесей или коллоидных растворов более богатое и разнообразное явление, чем конвекция однородной жидкости [16, 17, 21, 22]. Это связано с тем, что в случае смесей, плотность зависит не только от распределения температуры в жидкости, но и от распределения концентрации примеси. Сила плавучести, действующая на элемент жидкости, изменяется вследствие процессов переноса примеси, к которым относятся конвективный, диффузионный и термодиффузионный перенос.

Термодиффузионный поток вещества обусловлен связью между градиентом температуры и градиентом концентрации (эффект Соре) [16, 17, 21, 23, 24]. В случае коллоидных растворов (наночастицы примеси в молекулярных средах-носителях), частным примером которых служат феррожидкости, к этим процессам добавляется гравитационное оседание примесных наночастиц в поле тяжести [25] или магнетофорез магнитных наночастиц в неоднородном магнитном поле [26–28].

Благодаря дополнительному (концентрационному) механизму неоднородности в смесях и конкуренции теплового и концентрационного вкладов в силу плавучести, конвекция смеси в поле тяжести имеет характерные отличия от конвекции однородной жидкости. Во-первых, конвекция может возникать колебательным образом. Это происходит, например, в смесях спирта и воды при малых концентрациях спирта ($5 - 8\%$). Во-вторых, нелинейные конвективные течения представляют собой устойчивые волновые режимы течений, демонстрируя большое разнообразие протяженных или локализованных конвективных структур [22].

В настоящей диссертационной работе исследованы волновые режимы конвекции молекулярных бинарных смесей в горизонтальном слое под действием высокочастотных вибраций и коллоидных суспензий в замкнутой наклонной полости.

1.1 Конвективные течения в бинарных молекулярных растворах

Важный пример с точки зрения фундаментальной науки и технологических приложений представляют молекулярные или коллоидные смеси (растворы).

В отличие от однородной жидкости в смесях за счет перераспределения концентрации примеси появляется еще одна причина изменения силы плавучести элемента жидкости. Кроме того, при наличии неоднородностей концентрации большое значение может иметь диффузия, которая является дополнительным диссипативным механизмом. Это порождает качественно новые эффекты, проявляющиеся при эволюции возмущений и нелинейных течений. Кроме гидродинамических и температурных в бинарной смеси существуют возмущения концентрации. Наличие и взаимовлияние нескольких механизмов возникновения неустойчивости приводит к более сложной картине течений.

В бинарных или многокомпонентных газовых или жидкостных смесях проявляет себя явление термодиффузии, связанное с возникновением градиента концентрации при наличии градиента температуры [16, 23], что приводит к разделению компонент изначально однородного раствора. Это явление называется эффектом Соре. Существующие в природе смеси обладают нормальным (положительным) или аномальным (отрицательным) эффектом термодиффузии. В случае нормальной термодиффузии легкая компонента смеси перемещается в более нагретые области, усиливая неоднородность плотности, вызванную тепловым расширением жидкости; в случае аномальной термодиффузии в нагретые области мигрирует тяжелая примесь, компенсируя неоднородность плотности, создаваемую неоднородностью нагрева.

Проблема термодиффузии в жидких смесях подробно рассмотрена в обзоре литературы [24], где представлен ретроспективный обзор основных теоретических идей и подходов, рассматривающих диффузионные явления в бинарных и тройных жидких смесях. На основе рассмотренных исследований, с помощью некоторых регулярных законов о аддитивности был продемонстрирован современный прогресс в исследованиях, касающихся эффекта Соре. В работе систематическим образом проведена оценка методологии и интерпретация результатов, а также обсуждается концепция общего поведения смесей, в соответствии со свойствами входящих в них чистых компонент.

Исследование конвекции бинарных смесей началось в работах И. Г. Шапошникова [29, 30], где в приближении Обербека-Буссинеска были получены уравнения конвекции смеси. В дальнейшем конвекция молекулярных бинарных смесей интенсивно изучалась как в экспериментальных, так и в теоретических работах [31–54].

Анализ уравнений конвекции бинарной смеси показывает, что перераспределение компонент смеси, обладающих отрицательной термодиффузией, вследствие взаимодействия конвективного и термодифузионного процессов переноса может быть причиной возникновения колебательной конвекции [17].

Конвективное поведение бинарных смесей при наличии отрицательной термодиффузии не только демонстрирует колебательную неустойчивость на пороге возникновения конвекции, но обладает еще рядом отличных от конвекции однородных жидкостей свойств. Например, конвекция возникает в результате обратной бифуркации от механического равновесия (теплопроводного режима) к конвективному течению. В протяженных ячейках и круговых каналах экспериментально обнаружены, численно смоделированы и теоретически проанализированы разнообразные режимы эволюции протяженных или локализованных конвективных структур, среди которых присутствуют бегущие волны [31, 55], локальные пульсации [32], области локализованной конвекции в виде локализованных бегущих волн [40, 41, 45, 46] или локализованных стационарных структур [49, 50].

В случае положительной термодиффузии дополнительная сила плавучести, возникающая в горизонтальном слое подогреваемой снизу смеси за счет миграции легкой компоненты в горячие области, понижает пороги конвективной устойчивости [33]. Этот эффект тем сильнее проявляется, чем больше коэффициент разделения смеси.

При аномальном эффекте Соре (в случае отрицательной термодиффузии) при подогреве снизу происходит взаимная компенсация концентрационного и теплового вкладов в силу плавучести, что повышает порог возникновения монотонной конвекции бинарной молекулярной смеси [34]. При аномальном эффекте термодиффузии, кроме того, может возникать колебательная неустойчивость, которая порождает в кольцевых каналах или длинных ячейках устойчивые бегущие волны с сильно неоднородным профилем концентрации [43, 44]. Сильно неоднородный профиль концентрации означает, что зависимость концентрации от горизонтальной координаты $C(x, z = z_*)$, взятая на фиксированной высоте, например, при $z_* = 1/2$) имеет вид постоянной величины в центрах областей конвективного перемешивания с отклонениями в узких пограничных слоях. Это приводит к тому, что в разложении Фурье вдоль горизонтальной координаты функции, характеризующей распределение концентрации $C(x, z = z_*)$ содержится несколько пространственных гармоник.

Такие бегущие волны принято называть сильнонелинейным режимом, поскольку существование нескольких пространственных гармоник в поле концентрации обусловлено нелинейностью задачи [56].

Вторичные волновые конвективные режимы ответвляются от равновесия жестко (в результате обратной бифуркации). Следует отметить, что при численном моделировании конвекции бинарной смеси найдены также неустойчивые режимы стоячих и бегущих волн [31, 39]. Причем, пространственное распределение концентрации примеси в режиме неустойчивой бегущей волны обладает слабой неоднородностью. Зависимость концентрации от горизонтальной координаты $C(x, z = z_*)$ в таком режиме описывается единственной пространственной гармоникой [56]. Бегущие волны такого типа принято называть слабонелинейным режимом.

Оказалось, что неустойчивые стоячие волны, возникающие в бинарной смеси спирт-вода в подкритической области, возможно стабилизировать с помощью вибраций [57] или переменного теплового воздействия на смесь (модулируя температуру нижней границы) [35].

Вибрации или переменное внешнее воздействие произвольной частоты [35, 57, 58] порождают новые устойчивые решения модулированной конвекции в виде синхронных колебаний или квазипериодические колебательные решения в виде модулированных бегущих волн. Отметим, что в данной диссертационной работе модулированные бегущие волны найдены в случае молекулярной бинарной смеси под действием высокочастотных вибраций (в случае, когда резонансные эффекты исключены). Этот результат является интересным и новым.

Конвекция молекулярной бинарной смеси в статическом поле тяжести проанализирована в работе [36] с помощью использования метода Галеркина для граничных условий, реализуемых в эксперименте (поток вещества на границах отсутствует). Для случая отрицательного эффекта Соре построена бифуркационная диаграмма конвективных стационарных и колебательных конвективных решений. Кроме того, определены пороги колебательной конвекции и значения соответствующей частоты – частоты Хопфа, а также получены характеристики нелинейных бегу-

щих волн. Показано, что рост интенсивности нагрева (числа Релея) и увеличение степени конвективного перемешивания приводит к снижению частоты бегущих волн до нуля и появлению стационарного режима.

Хорошее совпадение частоты бегущей волны, измеренной в эксперименте [37], и полученной в ходе прямого численного моделирования [38] при одинаковых значениях числа Релея подтверждают правильность применяемой для изучения конвекции бинарной молекулярной смеси модели, построенной в рамках приближения Обербека-Буссинеска.

Переходные режимы конвекции от состояния покоящейся бинарной молекулярной смеси с отрицательным коэффициентом Соре к режимам протяженной конвекции в виде стоячих или бегущих волн в горизонтальном слое изучены в работе [39], где с помощью разложения по пространственным гармоникам проведен анализ эволюции поля концентрации примеси. Показано, что распределения скорости и температуры по горизонтальным координатам хорошо описываются первыми гармониками, в то время как для концентрации необходимо учитывать несколько пространственных гармоник. Рассмотрена эволюция амплитуд различных гармоник, которая имеет место в ходе переходного процесса.

В горизонтальных ячейках или кольцевых каналах, заполненных молекулярной жидкостной бинарной смесью, кроме протяженных состояний (стоячих и бегущих волн, а также стационарной конвекции, заполняющих собой всю область ячейки) существуют и локализованные конвективные состояния. Они представляют собой области, окруженные покоящейся бинарной смесью, заполненные бегущими волнами или стационарной конвекцией.

Локализованные бегущие волны первоначально удалось наблюдать в экспериментах с бинарной смесью спирт-вода, находящейся в прямоугольной горизонтальной ячейке [40, 41]. Бегущая волна устойчиво существовала только в части ячейки вблизи от ее границы, в то время как в остальной бинарной смеси движения не было, а распределение концентрации определялось термодиффузионным механизмом. Теория, объясняющая процесс формирования локализованной бегущей волны [42],

учитывала отражение этой бегущей волны от вертикальной границы полости.

Дальнейшие экспериментальные исследования позволили обнаружить локализованные бегущие волны в кольцевых каналах в бинарной смеси этанол-вода с параметром разделения $\varepsilon = -0.25$ [43, 44]. Позже было доказано, что механизмы возникновения и поддержания локализованных бегущих волн в замкнутых ячейках и в кольцевых каналах одинаковы [45] .

Численное моделирование протяженных и локализованных бегущих волн [46–48, 59] основано на интегрировании уравнений конвекции молекулярной бинарной смеси в рамках приближения Обербека-Буссинеска. При этом рассматриваются решения двумерной задачи, а набор параметров соответствует экспериментальным данным. Показано, что процессы, протекающие в локализованной бегущей волне и других конвективных режимах, определяются динамикой поля концентрации. В ходе расчетов получены бифуркационные диаграммы решений, на которых присутствуют области существования стационарных конвективных структур, протяженных и локализованных бегущих волн, что соответствует экспериментальным данным. Численное моделирование локализованных бегущих состояний, предсказало медленное движение (дрейф) локализованных структур, обусловленное переносом примеси. Это теоретическое предсказание позволило усовершенствовать экспериментальные методики и обнаружить дрейф локализованных бегущих волн в дальнейших экспериментах. Изменение свойств локализованных бегущих волн (фазовой скорости и скорости дрейфа) с увеличением интенсивности нагрева проанализировано в [48]. Кроме того, здесь же исследовано влияние размера расчетной области на свойства конвективной структуры.

Еще один вид локализованных течений, обнаруженный позже в бинарных смесях при аномальном эффекте Соре,— локализованная стационарная конвекция.

Такое решение было найдено при численном моделировании конвекции смеси 3He–4He [49], а затем и для смеси спирт – вода [50]. Один

и тот же набор параметров, характеризующих свойства смеси и интенсивность нагрева, позволяет существовать нескольким решениям в виде областей локализованной конвекции с различным числом конвективных вихрей. Чем больше число конвективных вихрей в области локализованной конвекции, тем больше теплопоток через слой. Подробный анализ экспериментальных данных конвекции смеси спирт – вода в кольцевых каналах [51] позволил обнаружить режимы локализованной стационарной конвекции, называемые также конвектонами.

Механизм, блокирующий конвективное течение внутри конвектона (области локализованной стационарной конвекции), окруженного неподвижной смесью, рассмотрен и объяснен в [52]. В [52] также проанализированы решения с движущимися фронтами (границами между областями конвекции и неподвижной бинарной смеси) и изучены переходы между движущимися и стационарными фронтами, наблюдаемые при изменении интенсивности нагрева.

Процессы взаимодействия локализованных дрейфующих и стационарных конвективных состояний после столкновения локализованной бегущей волны с областью стационарной конвекции рассмотрены в [53], где подробно изучены различные сценарии изменения поля концентрации и конвективных структур, связанные с различной интенсивностью нагрева слоя бинарной молекулярной смеси. Показано, что в результате столкновения может образоваться два подвижных конвективных фронта, либо один подвижный и один неподвижный фронт, либо могут сформироваться две связанные локализованные бегущие волны.

Интересное конвективное явление наблюдается в бинарной смеси, заполняющей связанные каналы [60–62] – специфические перебросовые колебания. Использовались разные рабочие смеси: четыреххлористый углерод и декан, этанол-вода, раствор сульфата натрия в воде. Объяснение механизма, поддерживающего данный вид колебаний дано в [62], где также проведены численные расчеты, в ходе которых определена эволюция поля концентрации примеси, влекущая за собой перебросовые колебания.

Неустойчивость конвективного течения бинарной смеси в горизонтальном слое с жесткими теплопроводными границами при наличии продольного градиента температуры проанализирована в [63]. В решении учитывается эффект термодиффузии. Неустойчивость стационарного течения по отношению к длинноволновым возмущениям проанализирована аналитически, по отношению к плоским и спиральным возмущениям с конечной длиной волны – численно. На плоскости параметров число Релея - параметр разделения смеси построены карты устойчивости течения для ряда типичных смесей газов и жидкостей.

1.2 Термовибрационная конвекция в однородных жидкостях и молекулярных бинарных смесях

Вибрации представляют важный способ воздействия на механические системы, в том числе и жидкости. Классический пример изменения устойчивости равновесия в вибрационном поле демонстрирует маятник с осциллирующей точкой подвеса (маятник Капицы) [64, 65].

В последние несколько десятилетий влияние вибраций на механические процессы в многокомпонентных средах является перспективным научным направлением во многих областях фундаментальных и прикладных исследований. Результаты, полученные с помощью вибрационной механики, являются основой для улучшения планирования экспериментов в условиях микрогравитации, управления тепло- и массопереносом и структурой течений в процессах выращивания кристаллов, охраны природной среды, а также для разработки новых вычислительных алгоритмов и программных средств [66–69].

Обзор исследований, посвященных термовибрационной конвекции, приведен в монографии [66].

Значительная часть работ по вибрационной конвекции однородной жидкости, относится к случаю, когда мала амплитуда вибраций, а частота вибраций – велика (период вибраций мал по сравнению с гидро-

динамическим и тепловым временами системы). Следует отметить, что существует, тем не менее, ограничение по частоте и сверху. Оно необходимо для применения в теории вибрационной конвекции модели несжимаемой жидкости: частота вибраций должна быть меньше звуковой частоты. Изучение конвекции в этом предельном случае, называемом высокочастотной вибрационной конвекцией, связано с применением метода осреднения [70]. В этом подходе поля скорости жидкости и температуры, описывающие состояние жидкости, раскладываются на медленно меняющуюся со временем (осредненную) и быстроосциллирующую, но малую (пульсационную) части. Составные поля подставляются в уравнение движения, затем выделяются пульсационные части и проводится осреднение системы уравнений по быстрому времени. В результате находится система уравнений для осредненных полей, в которой поле скорости отличается от поля скорости в случае термогравитационной конвекции. К этому приводит нелинейность уравнений тепловой конвекции, что дает отличный от нуля вклад, даже в случае периодического внешнего воздействия с нулевым средним значением.

Фактически в однородной жидкости появляется новый физический механизм возникновения конвекции (термовибрационный), который в отличие от термогравитационной конвекции проявляет себя в случае невесомости [71], когда осредненное конвективное течение возникает благодаря вибрациям. Безразмерным параметром, характеризующим возникновение и нелинейные режимы вибрационной конвекции является вибрационное число Релея $\mathrm{Ra}_v=(\beta_T\Theta b\Omega h)^2\ /2\nu\chi$, где β_T, ν и χ – соответственно, коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности, b и Ω – амплитуда и угловая частота вибраций, Θ – характерная разность температур, h – характерный размер полости. В настоящее время этот параметр принято называть числом Гершуни $\mathrm{Gs}=(\beta_T\Theta b\Omega h)^2/2\nu\chi$ [68]. Можно сказать, что безразмерное число Гершуни Gs (вибрационное число Релея Ra_v) характеризует величину средней силы, вызывающей конвекцию. Природа этой силы в данном случае вибрационная.

В работах [71, 72] возникновение вибрационной конвекции теоретически изучено в невесомости для случая плоского слоя при наличии поперечного градиента температуры и продольных вибраций. Найдено, что термовибрационная неустойчивость наступает в случае, когда вибрационное число Релея превышает некоторое критическое значение Ra_{vm} = 2129, волновое число возмущений при этом $k_m = 3.23$.

В экспериментальных исследованиях вибрационной конвекции [73] для плоского слоя удалось в Земных условиях выделить действие вибрационного механизма неустойчивости и найти порог вибрационной конвекции. Было продемонстрировано, что вибрации оказывают сильное влияние на структуру конвективного движения и пороги возникновения конвекции.

В экспериментах с возбуждением вибрационной конвекции [74] при гармонических вертикальных колебаниях цилиндрического слоя было продемонстрировано, что вибрации существенно меняют условия возникновения конвекции и оказывают значительное влияние на характер теплопереноса.

Вибрационная конвекция другого типа связана с термовибрационным эффектом первого порядка по параметру температурной неоднородности жидкости $\beta_T\Theta$. В работе [75] теоретически и экспериментально исследовано поведение жидкости в полости, качающейся с большой частотой, но малой амплитудой. При качательных вибрациях пульсационное поле скоростей содержит две части: первая зависит от температурной неоднородности плотности, вторая – от осцилляций скорости, возникающих благодаря угловым смещениям полости.

Одновременное воздействие высокочастотных вибраций и равномерного вращения полости на поведение неизотермической жидкости изучено в [76]. Показано, что благодаря существенному влиянию вращения на интенсивность осредненного течения и структуру пульсационного поля, вращение является важным управляющим фактором.

Возникновение вибрационной конвекции в наклонных слоях изучено в [77], где были получены и проанализированы условия существова-

ния квазиравновесия жидкости в зависимости от взаимной ориентации градиента температуры, оси вибраций и силы тяжести.

Существует большой спектр исследований влияния вибраций на жидкости с особыми свойствами. В [78] на основе уравнений термовибрационной конвекции изучено осредненное плоскопараллельное конвективное течение в вертикальном слое жидкости Уильямсона, под действием высокочастотных продольных вибраций. Продемонстрировано, что с ростом интенсивности вибраций уменьшается влияние свойств псевдопластической жидкости на структуру и интенсивность ее основного течения, которое становится похожим на течение ньютоновской жидкости. В работе также решена линейная задача неустойчивости осредненного плоскопараллельного течения.

Исследование термовибрационной конвекции молекулярных бинарных смесей с термодиффузией проведено для вибраций различных частот, направлений и амплитуд. Библиография, касающаяся этой проблемы, достаточно широка.

Обсудим некоторые работы, касающиеся влияния высокочастотных малоамплитудных вибраций на основное состояние двухкомпонентных жидкостных систем. В этом предельном случае математическая модель процессов имеет вид набора уравнений для осредненных полей реальных физических переменных. Как правило, набор уравнений записан в рамках приближения Буссинеска. При этом, в отличие от случая однородной жидкости предполагается, что период вибраций мал не только по сравнению с гидродинамическим и тепловым характерными временами, но и по сравнению с диффузионным характерным временем системы.

Для различных целей, среди которых практическое применение, было бы желательно стабилизировать процессы конвективных течений в целом. Для этого необходимо понимать физические механизмы, определяющие гидродинамическую устойчивость.

Как было отмечено, проблема конвективной неустойчивости по отношению к малым нормальным возмущениям горизонтального слоя однородной жидкости, нагретого снизу, хорошо изучена как теоретически, так и экспериментально [17, 79]. В бинарной смеси конвективная неустой-

чивость обязана своим появлением взаимодействию между приложенным градиентом температуры и возникающим благодаря эффекту Соре градиентом концентрации в системах, где сохраняется масса примеси. Линейный анализ позволяет выявить механизмы и режимы, преобладающие на пороге конвективной неустойчивости в горизонтальном слое бинарной смеси в соответствии со значениями управляющих параметров, таких как число Релея и коэффициент разделения смеси [21].

Добавление к статическому ускорению силы тяжести вибрационной части приводит к дополнительному механизму влияния на процессы, происходящие в материаловедении, интенсифицируя или замедляя тепло- и массообмен. Глубокое понимание этой специфической зависимости в условиях присутствия вибрационных ускорений расширяет возможности технологического применения в космосе [68, 80, 81]. В работах [82–86] специальное внимание уделяется концепциям, физическим механизмам, математической корректности вычислительных процедур и реализуемости результатов. В классической работе [82] теоретически исследована конвективная устойчивость квазиравновесия бинарной газовой или жидкостной смеси, заполняющей бесконечный горизонтальный слой, под действием горизонтальных вибраций; получены границы конвективной устойчивости и характеристики критических возмущений для различных механизмов неустойчивости (термовибрационного и термогравитационного). В следующей работе [83] показано, что поперечные вибрации повышают устойчивость горизонтального слоя бинарной смеси.

Серия комплексных исследований [84, 85, 87] различных типов конвекции в условиях микрогравитации, возможных в космосе, показывает, что динамика жидкости в условиях пониженной гравитации может демонстрировать принципиальное отличие от конвекции в земных условиях. Результаты, полученные с помощью прямого численного моделирования, хорошо согласуются с экспериментальными наблюдениями, выполняемыми на Международной космической станции и во время параболических полетов.

1.3 Особенности конвекции в коллоидных суспензиях

В последние годы большой объем исследований был проведен в области гидродинамики, физики и химии коллоидных растворов (суспензий), состоящих из частиц размера 1о-100 нм, распределенных в сплошной жидкой среде-носителе. Из-за малости частиц примеси они участвуют в тепловом движении, не выпадая в осадок под действием поля тяжести, в отличие от крупных примесей грубодисперсных систем [88]. С другой стороны, размеры наночастиц в коллоидных суспензиях велики по сравнению с размерами молекул и, вследствие этого, коэффициент диффузии наночастиц мал, что соответствует большим характерным диффузионным временам (медленному протеканию диффузионных процессов).

Примером коллоидных суспензий служат магнитные жидкости [26–28], которые получают добавлением в жидкость-носитель малых частиц ферромагнетика. Из-за малости размеров частиц тепловое движение препятствует их оседанию. Для предотвращения образования агрегатов магнитной жидкости и повышения ее устойчивости, частицы примеси специальным образом обрабатываются. Либо на поверхности частиц создается заряженный слой (ионная стабилизация), либо частица покрывается молекулами поверхностно-активного вещества. Защитный слой препятствует образованию агрегатов и выпадению их в осадок. Он блокирует сближение наночастиц на расстояния, при которых энергия притяжения превосходит энергию теплового движения.

В работе [89] представлены обзор состояния проблемы изучения коллоидных суспензий и результаты работ, посвященных различным аспектам: оценке устойчивости наножидкостей, способам повышения их устойчивости, а также рассмотрены возможные текущие и будущие приложения в энергетике, механике и биомедицине.

Еще одним отличием коллоидных суспензий от молекулярных бинарных смесей является конечное значение длины седиментации, характеризующей стратификацию примеси в поле силы тяжести.

Оценить седиментационную длину коллоидной суспензии можно из баланса энергии теплового движения и энергии частицы, взвешенной в жидкости-носителе, в поле силы тяжести [90]:

$$k_B T = (\Delta\rho) V g l_{sed}, \tag{1.1}$$

где $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К– постоянная Больцмана, T – температура, $\Delta\rho = \rho_s - \rho_f$ – разность плотностей примесной частицы и окружающей жидкости, V – объем частиц, g – ускорение свободного падения, l_{sed}– длина седиментации.

В коллоидных суспензиях, находящихся под действием поля тяжести Земли, концентрация примесных наночастиц распределена по барометрическому закону, что может оказывать существенное влияние на конвективные течения [25, 91, 92].

Первое сообщение об экспериментальном исследовании влияния гравитационного оседания частиц коллоидного раствора (суспензии) на конвективное течение в замкнутой петле, подогреваемой снизу, приведено в работе [25], где было продемонстрировано, что конвекция в коллоидном растворе качественно отличается от конвекции однородной жидкости. Так конвекция в чистом керосине возникала мягким образом (в результате прямой бифуркации), а установившееся конвективное течение является стационарным. Если в петлю заливалась коллоидная жидкость: керосин с примесью наночастиц магнетита (размером порядка 9 нанометров), то конвекция возникала в результате обратной бифуркации, а в надкритической области наблюдались колебательные течения. Такое поведение коллоидного раствора имеет место, несмотря на большие (порядка суток) времена протекания диффузионных процессов и малость обусловленных гравитационной стратификацией неоднородностей концентрации.

Дальнейшее экспериментальное изучение колебательных режимов тепловой конвекции в заполненной магнитной жидкостью конвективной

петле проводилось в [91,92]. Существование колебательных режимов конвекции связывалось с конкуренцией теплового расширения жидкости-носителя и оседания отдельных магнитных частиц и их агрегатов под действием тяжести. Подробное экспериментальное исследование и анализ оседания магнитных частиц в высокой трубке выполнено в [93], где представлены профили концентрации в различные моменты времени и приведены характерные времена процесса оседания частиц.

Серия исследований коллоидных суспензий выделила разнообразные явления, в основе которых лежит неоднородность плотности коллоидных суспензий (растворов). Большинство этих явлений связано с фундаментальными исследованиями "soft matter"материалов в катализе, химической сепарации, биологии, медицине, и имеет важные применения в системах управления, управлении тепло- и массопереносом, генерации энергии. Потенциальные зоны применения для этих систем включают экологию, производство медицинских препаратов и продуктов. Однако публикации, касающиеся конвекции в коллоидных суспензиях, довольно малочисленны из-за некоторых сложностей, свойственных таким системам.

Точное описание конвективных потоков коллоидной суспензии может включать гидродинамические взаимодействия между движущимися частицами с учетом динамики вязкой жидкости-носителя, в которой распределены частицы [94]. В [95] подробно проанализировано влияние на скорость взвешенных в жидкости-носителе наночастиц примеси семи различных механизмов: инерции, броуновской диффузии, термофореза, диффузиофореза, влияние эффекта Магнуса, дренажа, и силы тяжести. В работе показано, что для типичных наножидкостей уравнение теплопроводности может быть использовано в классическом виде [17].

В наше время имеется ряд математических подходов, таких как моделирование с помощью методов молекулярной динамики, динамики жидких частиц, Стоксианской динамики, Броуновских методов динамики, которые стали эффективными инструментами для обеспечения точной детализации эволюции по времени отдельных коллоидных частиц. Всеобъемлющий обзор литературы [96] анализирует устойчивость кол-

лоидного дисперсионного равновесного состояния под действием внешних полей. Рассматриваются различные приближения при изучении роли гидродинамических взаимодействий на возникновение разнообразных неустойчивостей, таких как изгиб коллоидного монослоя, образование полос в бинарных смесях, классическая неустойчивость Релея-Тейлора и кластеризация в стержнеподобных системах.

Другой подход к решению рассматриваемой проблемы основан на корректной реалистичной модели для транспортных явлений в коллоидных суспензиях, рассматриваемых как сплошная среда. В [97] проведены оценки порядков величин для различных видов транспорта в наножидкости, в том числе движения частиц относительно основного носителя. Как было показано, в пределе асимптотически малых значений числа Льюиса, теплопередача, связанная с дисперсией наночастиц, незначительна по сравнению с теплопроводностью и конвекцией. Поэтому модель имеет вид системы дифференциальных уравнений, описывающих конвективный тепло-и массообмен в бинарной смеси с учетом эффекта термодиффузии.

Новый тип развитого колебательного конвективного движения в коллоидном растворе наночастиц предсказан в [98]. Его установление связано с повторяющимся формированием диффузионных пограничных слоев за счет явления термодиффузии Соре. Локальная неустойчивость пограничных слоев приводит к колебательному конвективному перемешиванию суспензии. Такой режим может проявляться как автоколебания конечной амплитуды.

Результаты подробных исследований конвективной неустойчивости и нелинейных течений коллоидной суспензии в нагретом снизу горизонтальном слое представлено в [99,100]. Было изучено совместное действие нескольких механизмов, ответственных за изменение концентрации смеси: барометрическая стратификация, термодиффузия и конвективный перенос примеси. Рассмотрены различные устойчивые решения (проводящее состояние и режим бегущей волны и переходы между ними).

В [99] изучена линейная устойчивость и с помощью метода конечных объемов проведено численное моделирование установления конвек-

тивных течений стратифицированной под действием силы тяжести коллоидной суспензии. При этом рассматривалась начальная стадия эволюции течений. В модели, предложенной в [99], оседание наночастиц характеризовалось двумя безразмерными параметрами: безразмерной седиментационной длиной (отношением длины седиментации к характерному размеру области, заполненной жидкостью) и числом Больцмана.

При рассмотрении устойчивости и анализе нелинейных конвективных режимов в [99] рассматривалась большая безразмерная длина седиментации $l >> 1$, поэтому соответствующее слагаемое, ответственное за седиментацию, в уравнениях для эволюции концентрации исключалось из рассмотрения (коэффициент при этом слагаемом обратно пропорционален седиментационной длине и, в целом, вклад этого слагаемого мал по сравнению со вкладом слагаемого, описывающего конвективный перенос). Влияние гравитационной стратификации учитывалось в уравнении движения и начальном профиле концентрации. Однако, на больших (диффузионных) временах слагаемое, ответственное за седиментацию, определяет поведение системы [100]. Таким образом, предложенное в [99] рассмотрение справедливо для нахождения порогов возникновения конвекции и начальной эволюции конвективных течений на временах много меньших диффузионного.

Попытка обнаружить в коллоидной суспензии бегущие волны, наблюдаемые в горизонтальном слое молекулярной бинарной смеси [101], на основе учета только отрицательного эффекта термодиффузии, но без учета гравитационной седиментации, не увенчалась успехом, что позволило авторам [101] сделать необоснованный вывод, что в коллоидных жидкостях бегущие волны не существуют.

Результаты численного исследования процессов возникновения конвекции в горизонтальном слое коллоидной суспензии, а также нелинейные сверхкритические стационарные и колебательные режимы, учитывающие гравитационное осаждение и нагрев снизу представлены в [102] в горизонтальном слое. Бифуркационная диаграмма иллюстрирует возможные волновые решения при соответствующих значениях чисел Релея и Больцмана. Особенности конвективных течений коллоидной

суспензии, обладающей большим отрицательным коэффициентом термодиффузии, в замкнутой ячейке проанализированы в [103], где было доказано, что источником устойчивых бегущих волн служит взаимодействие бегущей волны с боковой границей ячейки.

Экспериментальное изучение конвекции коммерческих коллоидных суспензий (Hyflon и Ludox) проведено в работе [104] при подогреве конвективной ячейки снизу. Необходимо отметить, что наночастицы этих жидкостей обладают аномальной термодиффузией, величина коэффициента разделения смеси при этом велика. Из теории конвекции бинарных смесей известно, что в этом случае состояние механического равновесия устойчиво, что и наблюдалось в эксперименте. Кроме того в [104] изучены процессы возникновения и эволюции конвективных течений, возникающих на фоне начального однородного распределения концентрации примеси наночастиц (разность концентрации на горизонтальных границах ячейки не превышала 0.2%). Это распределение достигалось предварительным нагревом ячейки сверху. При этом термодиффузионный поток в эксперименте компенсировался гравитационным оседанием. В этих условиях после переходных процессов в ячейке могут сформироваться устойчивые осциллирующие течения. Устойчивыми авторы эксперимента считали режимы, существующие больше недели. При понижении интенсивности нагрева (числа Релея) колебательные режимы теряли устойчивость. Время существования неустойчивых режимов зависело от степени подкритичности: вблизи критического числа Релея до 5 суток, при большей подкритичности – несколько часов. Влияние средней концентрации наночастиц на особенности формирования конвективных течений проведено той же группой исследователей в работе [105].

Экспериментальное изучение конвективных состояний в коллоидной суспензии, оболочки наночастиц которой меняют свои размеры при изменении температуры, выполнено для геометрии вытянутой по горизонтали полости в [106]. Пространственный период установившихся режимов течения сильно отличается от того, что возникает в воде. Кроме того, найдено, что частота переходных колебаний растет с увеличе-

нием приложенной к слою разности температур. В теоретических работах [107, 108] объяснение этих результатов связывается зависимостью вязкости или теплопроводности коллоидного раствора от концентрации примесных наночастиц. Изменение размеров стабилизирующих оболочек приводит к изменению объемной доли частиц и, следовательно, вязкости и теплопроводности коллоидной суспензии.

В работе [109] продолжено теоретическое изучение влияния гравитационной седиментации и термодиффузии на конвективное течение коллоидной жидкости, при этом рассмотрена подогреваемая снизу жидкость с частицами, обладающими положительной термодиффузией. В этом случае седментационный и термодиффузионный потоки направлены противоположно друг другу. Анализ уравнений конвекции показал, что при малой интенсивности осаждения наночастиц под действием тяжести (малых числах Больцмана) преобладает термодиффузия, а конвекция возникает в результате бифуркации вперед. При числах Больцмана, превышающих некоторое критическое значение, тип бифуркации меняется, конвекция возникает в результате обратной бифуркации. В той же работе [109] было предсказано, что при числе Релея, лишь немного превышающем критическое, существуют устойчивые стоячие волны.

Результаты моделирования осциллирующих режимов конвекции магнитной жидкости с помощью пакета Fluent в цилиндрической горизонтальной области представлены в [110, 111]. При этом использован ограниченный набор параметров с применением модели двухфазной смеси несущей жидкости и твердых частиц [112] . Результаты численного расчета демонстрируют качественно похожие на экспериментальные данные поля температуры на верхней границе области. К сожалению, полученных в численном моделировании зависимостей в данных работах не представлено.

При экспериментальном исследовании конвенции магнитной жидкости в подогреваемой снизу сферической полости [113] режимы нерегулярной конвекции обнаружены вблизи границы конвективной устойчивости. Обнаружено, что конвективное течение возникает жестко, а также имеются интервалы чисел Релея, в которых существуют несколь-

ко режимов конвективного течения. Протекающие длительные процессы эволюции течения (около недели) объяснялись в [113] взаимодействием неоднородностей плотности, связанных с тепловым расширением, с неоднородностью концентрации, возникающей благодаря термодиффузии и гравитационному оседанию.

Сравнительные эксперименты по изучению механического равновесия и конвекции в ферро-наножидкости (число Прандтля равно 700) и ее органической основе, в трансформаторном масле (число Прандтля равно 300), в сферической полости, нагретой сверху/снизу проведены в [114]. Показано, что конвекция и связанный с ней теплообмен подавляются в ферро-наножидкости по отношению к таковым в трансформаторном масле. Исследование также выявило существование гистерезисного и колебательного режимов течения вблизи порога возникновения конвекции в ферро-наножидкостях и коммерческом трансформаторном масле, принципиально отличающихся своим поведением от поведения обычных моножидкостей.

В работе [115] экспериментально показано, что в зависимости от относительной ориентации гравитации и градиента температуры, а также от предыстории эксперимента однородное внешнее вертикальное магнитное поле, приложенное к сферической полости, заполненной магнитной феррожидкостью, может либо усиливать, либо подавлять конвективный теплообмен.

В [116] продолжено экспериментальное исследование конвекции коллоидной жидкости в связанных каналах. Как уже было отмечено, в данной задаче конвекция возникает жестким образом. Вблизи порога возникновения конвекции наблюдается интересный колебательный режим конвекции – перебросовые колебания. При большой надкритичности конвективное течение является стационарным.

В [117, 118] проведено теоретическое и экспериментальное исследования конвекции магнитной жидкости на основании керосина в связанных каналах, границы которых обладают высокой теплопроводностью. Обнаружено, что перебросовые колебания существуют и в чистом керосине, и в магнитной жидкости на его основе. Однако частоты перебро-

совых колебаний в первом и втором случаях существенно отличаются. Было показано, что магнитную жидкость на базе керосина необходимо представлять как трехкомпонентную смесь (феррочастицы в сложной по своему составу несущей жидкости, состоящей из нескольких компонент). Авторы исследования предположили, что эффект Соре, связанный с примесью твердых частиц, намного меньше эффекта Соре чистого керосина. Это позволило им в уравнениях для эволюции концентрации тяжелой примеси учитывать только один механизм разделения смеси – гравитационную стратификацию. Для молекулярной примеси, наоборот, гравитационная стратификация очень мала, что позволяет учитывать только термодиффузионный механизм разделения смеси. Показано, что механизм поддержания нелинейных конвективных колебаний феррожидкости у порога механического равновесия связан с эффектом Соре. Он работает на основе термодиффузионного разделения компонент керосина в поперечном сечении каналов.

В конвективных экспериментах [119,120] использовались два образца магнитных жидкостей: один на основе керосина, другой – ундекана. Было продемонстрировано, что структуры конвективных течений, возникающие вблизи порога устойчивости механического равновесия, отличаются в этих образцах.

В [119] экспериментально исследована гравитационная конвекция в горизонтальном слое магнитного коллоида на основе керосина, нагретого снизу. Проведено две серии экспериментов, отличающихся друг от друга начальным состоянием коллоида. В первой серии экспериментов коллоид изначально находился в равновесном состоянии, во второй – был предварительно перемешан конвекцией. Вблизи порога устойчивости равновесия найдены колебательный режим конвекции и режим крупномасштабного вихревого движения. Возникновение этих режимов конвекции объясняется в [119] влиянием двух конкурирующих эффектов: термодиффузией и гравитационным оседанием магнитных частиц. В работе показано, что течение, реализующееся при меньшей разности температур на границах слоя, – более сложное, что проявляется большим количеством частот в спектрах Фурье.

В экспериментах с коллоидной жидкостью на базе ундекана [120] обнаружен режим в виде конвективных структур, состоящих из устойчивых нисходящих течений в их центрах и неустойчивых восходящих течений по краям. Интервал чисел Релея, в котором существует этот режим, уменьшается с увеличением средней температуры. В работе предложена гипотеза, согласно которой уменьшение диапазона чисел Релея и неустойчивость восходящих течений для этого режима обусловлены влиянием на конвекцию осаждения агрегатов в горизонтальном слое магнитного коллоида, поскольку, по мнению авторов работы, размеры агрегатов уменьшаются по мере повышения средней температуры коллоидов.

Экспериментальное изучение конвекции коллоидной суспензии с положительной термодиффузией (магнитной жидкостью на основе керосина), с разной концентрацией в горизонтальном слое различной высоты проведено в [121], где продемонстрировано, что эффекты гравитационного оседания и термодиффузии оказывают существенное влияние не только на границы устойчивости механического равновесия, но и на конвективные развитые течения. Обнаружено, что в слое с малой высотой конвекция возникает в результате бифуркации вперед. Ситуация качественно меняется при большой высоте слоя: конвекция возникает в результате обратной бифуркации.

В [122] проведены эксперименты естественной конвекции с водными суспензиями микрочастиц оксида алюминия с объемными долями $-1,31\%$ и $2,72\%$ в тонких слоях дискообразной формы под углами наклона к горизонту 90°, 30° и 0° . Влияние частиц на бифуркационную диаграмму (число Нуссельта – число Релея) для вертикальной ориентации полости при 90° не было обнаружено. Однако при 30° наклоне и 0° (горизонтальный слой) наблюдалось уменьшение числа Нуссельта по сравнению с чистой водой. Такое аномальное поведение объясняется седиментацией.

Таким образом, из приведенного обзора современного состояния проблемы следует, что конвекция молекулярных бинарных смесей и коллоидных суспензий перспективная, интересная и интенсивно развиваю-

щаяся область исследований, где из-за большого разнообразия и сложности явлений, остается много открытых для изучения вопросов. Некоторым из них, таким как влияние на конвекцию молекулярных бинарных смесей, обладающих термодиффузией, высокочастотных вибраций или влияние наклона ячейки на конвекцию коллоидной бинарной смеси и посвящена данная диссертационная работа. Общим элементом в этих задачах является изменение под действием внешних факторов количественных и качественных характеристик, а также свойств волновых режимов конвекции, существующих в заполненных бинарными смесями горизонтальных и наклонных полостях, находящихся в статическом поле тяжести.

Глава 2

Конвекция молекулярной бинарной смеси под действием высокочастотных вибраций, направленных под углом к горизонту

В данной главе рассмотрено возникновение и нелинейная эволюция конвективных течений в молекулярных жидкостных растворах, заполняющих горизонтальный слой, под действием высокочастотных вибраций, ось которых направлена под углом к горизонту. После описания постановки задачи (первый параграф) и обсуждения состояния механического равновесия (второй параграф), в третьем параграфе кратко характеризуются методы расчета нелинейных течений и представлены результаты влияния интенсивности вибрационного воздействия (числа Гершуни) и угла наклона оси вибраций к горизонтали на характеристики колебательных возмущений и нелинейных волновых режимов конвекции. В четвертом параграфе анализируется разрушение зеркально-сдвиговой симметрии бегущих волн под действием вибраций. Это явление наглядно проиллюстрировано на примере изменения изолиний поля пульсационной функции тока при увеличении угла наклона оси высокочастотных вибраций. Показано, что зеркально-сдвиговая симметрия решений сохраняется только в случае вертикальных вибраций.

2.1 Постановка задачи

Рассмотрим бесконечный плоский горизонтальный слой бинарной молекулярной жидкостной смеси, ограниченный двумя параллельными, твердыми пластинами (Рис. 2.1). Будем учитывать явление термодиффузии(эффект Соре). Толщина слоя h. Слой совершает высокочастотные колебания вдоль некоторого направления с угловой частотой Ω и амплитудой смещения b. $\mathbf{n} = (\cos\alpha, 0, \sin\alpha)$ – единичный вектор, направленный вдоль оси вибраций, наклоненной под углом α к горизонту. Ось x декартовой системы координат направлена вдоль слоя, ось z –

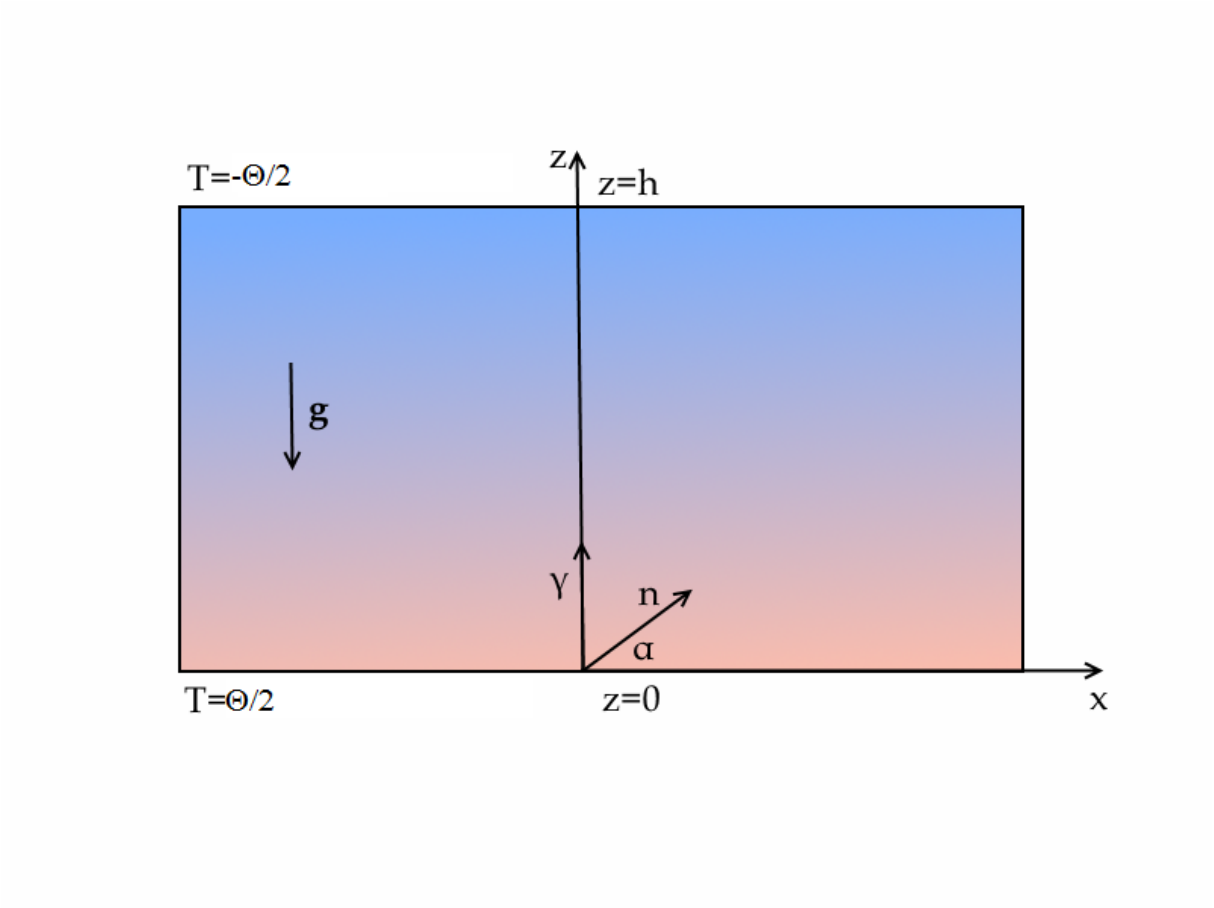


Рисунок 2.1: Молекулярная бинарная смесь в высокочастотном вибрационном поле. Геометрия задачи

поперек него. На пластинах поддерживаются постоянные разные температуры. Температура нижней плоскости постоянна и равна $\Theta/2$, температура верхней плоскости также является постоянной и равна $-\Theta/2$, таким образом, случай $\Theta > 0$ отвечает нагреву снизу, а $\Theta < 0$ – нагреву сверху. Обе границы непроницаемы для компонент смеси (нереагирующих между собой). Уравнение состояния смеси может быть записано в виде:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_T T - \beta_C C), \tag{2.1}$$

где ρ_0 – плотность смеси при определенных средних значениях температуры T_0 и концентрации C_0; T и C – отклонения температуры и концентрации легкой компоненты от соответствующих средних значений. β_T и β_C – тепловой и концентрационный коэффициенты расширения: $(\beta_C > 0)$.

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_0,\ \beta_C = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial C}\right)_0. \tag{2.2}$$

Введем неинерциальную систему координат, связанную со слоем, совершающим поступательные вибрации. Уравнения тепловой конвекции для несжимаемой жидкости в приближении Буссиненска переписываются для полей скорости $\boldsymbol{V}$, температуры T, концентрации C.

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)\boldsymbol{V} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\boldsymbol{V} + g(\beta_T T + \beta_C C)\boldsymbol{\gamma} - (\beta_T T + \beta_C C)b\Omega^2\cos(\Omega t)\boldsymbol{n},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)T = \chi\Delta T,$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\boldsymbol{V}\nabla)C = D\Delta(C + S_T T), \tag{2.3}$$

$$\nabla\boldsymbol{V} = 0,$$

где ν – кинематическая вязкость, χ – коэффициент температуропроводности, D – коэффициент диффузии, S_T– коэффициент Соре, $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх. Будем рассматривать предельный случай высоких частот, которые тем не менее ниже акустических. В этом приближении предполагается, что период колебаний много меньше всех характерных времен: гидродинамического $\tau_g = h^2/\nu$, теплового $\tau_T = h^2/\chi$ и диффузионного $\tau_D = h^2/D$:

$$T_\nu \ll min[\tau_g, \tau_T, \tau_D]. \tag{2.4}$$

Кроме того, должно выполняться условие, которое записывается в следующем виде [82]:

$$b \ll \frac{h}{\beta_T\Theta}.$$

Используя стандартную процедуру осреднения для системы уравнений высокочастотной конвекции, получим:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\boldsymbol{v} + g(\beta_T T + \beta_C C)\boldsymbol{\gamma} + +(b^2\Omega^2/2)(\boldsymbol{w}\nabla)[(\beta_T T + \beta_C C)\boldsymbol{n} - \boldsymbol{w}],$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)T = \chi\Delta T, \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)C = D\Delta(C + S_T T),$$

$$\nabla\boldsymbol{v} = 0,$$

$$\nabla\boldsymbol{w} = 0, \quad \nabla \times \boldsymbol{w} = \nabla(\beta_T T + \beta_C C) \times \boldsymbol{n},$$

где поле $\boldsymbol{v}$ – осредненая скорость, поле $\boldsymbol{w}$ представляет собой медленное изменение со временем амплитуды пульсационной скорости и также являет собой соленоидальную часть вектора $(\beta_T T + \beta_C C)\boldsymbol{n}$ [82].

Для обезразмеривания системы уравнений (2.5) введем следующие масштабы: $h-$ длины, $h^2/\chi-$ времени, $\chi/h-$ скорости, $\Theta-$ температуры, $\beta_T\Theta/\beta_C-$ концентрации, $\rho_0\chi^2/h^2-$ давления.

После обезразмеривания осредненных уравнений вибрационной конвекции система (2.5) принимает вид:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v} = -\nabla p + \mathrm{Pr}\Delta\boldsymbol{v} + \mathrm{RaPr}(T + C)\boldsymbol{\gamma} + \\ + \mathrm{GsPr}(\boldsymbol{w}\nabla)[(T + C)\boldsymbol{n} - \boldsymbol{w}],$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)T = \Delta T, \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)C = \mathrm{Le}\Delta(C - \varepsilon T),$$

$$\nabla\boldsymbol{v} = 0, \nabla\boldsymbol{w} = 0,$$

$$\nabla \times \boldsymbol{w} = \nabla(T + C) \times \boldsymbol{n}.$$

В системе уравнений (2.6) используются безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \mathrm{Ra} &= (g\beta_T\Theta h^3)/\nu\chi \text{ – число Релея,} \\ \mathrm{Gs} &= (b\Omega\beta_T\Theta h)^2/2\nu\chi \text{ – число Гершуни (вибрационное число Релея),} \\ \mathrm{Pr} &= \nu/\chi \text{ – число Прандтля,} \\ \mathrm{Le} &= D/\chi \text{ – число Льюиса,} \\ \varepsilon &= -S_T\beta_C/\beta_T \text{ – параметр разделения смеси.} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Из соотношений (2.7) следует, что число Релея положительно, когда система нагревается снизу ($\Theta > 0$) и отрицательно при нагреве сверху ($\Theta < 0$). Число Гершуни всегда положительно (Gs$>$0).

Безразмерная форма граничных условий для горизонтального слоя бинарной смеси с твердыми, изотермическими, непроницаемыми границами принимает вид:

$$\begin{aligned} &\text{При } z=0\text{: } \boldsymbol{v}=0,\ w_z=0,\ \frac{\partial C}{\partial z}-\varepsilon\frac{\partial T}{\partial z}=0,\ T=1/2,\\ &\text{При } z=1\text{: } \boldsymbol{v}=0,\ w_z=0,\ \frac{\partial C}{\partial z}-\varepsilon\frac{\partial T}{\partial z}=0,\ T=-1/2. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Как видно из (2.8) на твердых границах для осредненой скорости $\boldsymbol{v}$ выполняются условия прилипания, а для пульсационной $\boldsymbol{w}$ – непротекания.

2.2 Механическое квазиравновесие и его устойчивость

При определенных условиях в системе уравнений, описанной в (2.6) возможно механическое квазиравновесие, то есть состояние, при котором средняя скорость равна нулю, а пульсационная составляющая в общем случае существует. Чтобы найти квазиравновесное состояние, необходимо задать $\upsilon=0, \partial/\partial t=0, p=p_0, T=T_0, C=C_0$ и $w=w_0$, где p_0, T_0, C_0 и w_0 распределения в состоянии механического равновесия. Основная система уравнений приводит к следующим необходимым условиям квазиравновесия [83]:

$$\begin{gathered} \nabla(T_0+C_0)\times[\mathrm{Ra}\boldsymbol{\gamma}-\mathrm{Gs}\nabla(w_0\boldsymbol{n})]=0,\\ \Delta T_0=0, \Delta C_0=0,\\ \nabla\boldsymbol{w}_0=0, \nabla\times\boldsymbol{w}_0=\nabla(T_0+C_0)\times\boldsymbol{n}. \end{gathered} \tag{2.9}$$

Квазиравновесное состояние существует только в некоторых специфических случаях геометрии и условий нагрева и вибраций. Для горизонтального слоя квазиравновесное состояние характеризуется следующими выражениями для температуры, концентрации и пульсационной скорости:

$$T_0=1-z,\ \frac{\partial C_0}{\partial z}=-\varepsilon, w_{0x}=-(1+\varepsilon)z\cos\alpha. \tag{2.10}$$

Профили температуры и концентрации линейны и $w_{0y} = w_{0z} = 0$, а пульсационное поле в общем случае произвольного угла наклона имеет только x компоненту.

Для изучения линейной устойчивости механического квазиравновесия, рассматриваем малые возмущения всех равновесных полей:

$$T_0 + T', C_0 + C', p_0 + p', w_0 + w', \boldsymbol{v}$$

После линеаризации задачи (2.6) получим систему уравнений:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = -\nabla p' + \mathrm{Pr}\Delta \boldsymbol{v} + \mathrm{RaPr}(T' + C')\boldsymbol{\gamma} + \\ \mathrm{GsPr}(\boldsymbol{w}_0\nabla)[(T' + C')\boldsymbol{n} - \boldsymbol{w'}], \\ \frac{\partial T'}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)T_0 = \Delta T', \qquad (2.11) \\ \frac{\partial C'}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)C_0 = \mathrm{Le}\Delta(C' + \varepsilon T'), \\ \nabla \boldsymbol{v} = 0, \\ \nabla \boldsymbol{w'} = 0,\ \nabla \times \boldsymbol{w'} = \nabla(T' + C') \times \boldsymbol{n},\end{gathered}$$

с граничными условиями:

$$z = 0 \text{ и } z = 1\text{: } \boldsymbol{v} = 0,\ T' = 0,\ w'_z = 0,\ \frac{\partial C'}{\partial z} - \varepsilon\frac{\partial T'}{\partial z} = 0. \qquad (2.12)$$

Введем функции тока для средней и пульсационной компонент скорости в виде:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z},\ v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x},\ w_x = \frac{\partial F}{\partial z},\ w_z = -\frac{\partial F}{\partial x}. \qquad (2.13)$$

Рассмотрим устойчивость квазиравновесия относительно двумерных возмущений в нормальной форме:

$$(\Psi, T', C', F) = (\varphi(z), \Theta(z), \xi(z), f(z))exp(-\lambda t - ikx), \qquad (2.14)$$

где λ – декремент возмущений, k – волновое число.

Рассмотрение двумерных возмущений связано с тем, что в статическом поле тяжести экспериментальные исследования неустойчивости

и нелинейных бегущих волн касаются областей, вытянутых в одном направлении и ограниченных в поперечном [38, 40]. При этом в эксперименте возникают квазидвумерные структуры, а критические значения, характеризующие их, полученные в результате численного моделирования и экспериментальные данные хорошо согласуются [37, 38].

Подставляя (2.13) в систему уравнений (2.11), получим:

$$-\frac{1}{\mathrm{Pr}}\lambda D\varphi = D^2\varphi + ik\mathrm{Ra}(\Theta+\xi) + ik\mathrm{Gs}(1+\varepsilon)\cdot$$
$$\cdot i[(\Theta+\xi)\cos\alpha + f']\cos\alpha + \mathrm{Gs}k^2(1+\varepsilon)f\sin\alpha,$$

$$-\lambda\Theta - ik\varphi = D\Theta, \tag{2.15}$$
$$-\lambda\xi - ik\varepsilon\varphi = \mathrm{Le}D(\xi - \varepsilon\Theta),$$
$$Df = (\Theta' + \xi')\cos\alpha + ik(\Theta+\xi)\sin\alpha.$$

Здесь штрих означает дифференцирование по поперечной координате z и оператор $D = d^2/dz^2 - k^2$.

Граничные условия для амплитуд возмущений перепишутся в виде:

$$z = 0, 1 : \varphi = \varphi' = 0, \Theta = 0, f = 0, \xi' - \varepsilon\Theta' = 0. \tag{2.16}$$

Система уравнений (2.14) соответствует спектральной амплитудной задаче с собственным значением λ и собственным вектором, составленным из амплитуд возмущений. Характерные значения декремента возмущений зависят от всех параметров задачи:

$$\lambda = \lambda(\mathrm{Ra}, \mathrm{Gs}, \mathrm{Pr}, \mathrm{Le}, \varepsilon, k).$$

В целом декремент возмущений – комплексная величина $\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$, потому как спектрально амплитудная задача не является самосопряженной. Если $\lambda_i = 0$, границы устойчивости определяются из соотношения $\lambda_r = 0$ (монотонный режим неустойчивости). Если $\lambda_i \neq 0$, границы устойчивости определяются условием $\lambda_r = 0$ и в этом случае $\lambda_i = \omega$ – это частота нейтральных колебаний (колебательный режим неустойчивости).

Для описания порогов возникновения конвекции и нелинейных режимов конвекции бинарной молекулярной смеси, следуя сложившейся

традиции [56], будем использовать эффективное число Релея, которое определяется как $\mathrm{r} = \mathrm{Ra}/\mathrm{Ra}_*$, где Ra_*– порог возникновения конвекции в однородной жидкости. Известно, что в молекулярной бинарной смеси с отрицательной термодиффузией (например, этанол-вода), находящейся в статическом поле тяжести, конвекция возникает колебательным образом (в результате бифуркации Хопфа): в точке r_{osc} начинают нарастать возмущения с частотой ω. Как будет показано далее, увеличение интенсивности горизонтальных вибраций понижает пороги конвекции (см. параграф 2.3), а вертикальных повышает их (см. параграф 3.2).

2.3 Влияние интенсивности и угла наклона вибраций на характеристики конвективных решений

Обсудим кратко численные методы получения и результаты анализа нелинейных решений, характеризующих поведение бинарной смеси в высокочастотном вибрационном поле с произвольным направлением оси вибраций.

Система уравнений в терминах функции тока и завихренности принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial\varphi}{\partial t} &+ \frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = \Delta\varphi + \mathrm{Ra}\frac{\partial(T+C)}{\partial x} + \\
&+ \mathrm{Gs}\cos\alpha\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial z}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial z} - \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial z^2}\right] + \\
&+ \mathrm{Gs}\sin\alpha\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial x}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial z} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial z^2}\right], \\
\frac{\partial T}{\partial t} &+ \frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z} = \Delta T, \qquad (2.17) \\
\frac{\partial C}{\partial t} &+ \frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial z} = \mathrm{Le}\Delta(C-\varepsilon T), \\
\varphi = -\Delta\Psi,\ \Delta F &= \frac{\partial(T+C)}{\partial z}\cos\alpha - \frac{\partial(T+C)}{\partial x}\sin\alpha.
\end{aligned}$$

Эти уравнения дополняются граничными условиями, на которых существуют условия отсутствия проскальзывания для осредненной скорости, отсутствия протекания для пульсационной скорости, непроницаемости для компонент смеси и изотермичности.

$$z = 0 : \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, F = 0, T = 1, \frac{\partial C}{\partial z} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \tag{2.18}$$

$$z = 1 : \Psi = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, F = 0, T = 0, \frac{\partial C}{\partial z} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \tag{2.19}$$

Вертикальные границы вычисляемой области считаются периодическими. Поэтому все поля $f = (\Psi, \varphi, F, T, C)$ в направлении оси x периодические:

$$f(x, z, t) = f(x + L, z, t). \tag{2.20}$$

Многие математические модели описываются дифференциальным уравнением или системой дифференциальных уравнений с краевыми условиями первого, второго и третьего рода. Точное решение краевых задач удается получить лишь для немногих частных случаев. Поэтому общий способ их решения заключается в использовании различных приближенных моделей. В настоящее время наиболее широкое распространение получили модели на основе метода конечных разностей или конечных объемов [123].

Основная идея метода конечных разностей заключается в замене частных производных, входящих в уравнения, разностными аналогами. Вместо области непрерывного изменения аргумента используется дискретное множество точек – расчетная сетка, которую можно рассматривать как разбиение области на ячейки. В методах конечных объемов решение отыскивается в «центрах» ячеек, а в конечно-разностных методах – в узлах сетки. В настоящей работе используем равномерную декартову сетку для схем на основе метода конечных разностей. При переходе от задачи, записанной в частных производных, к задаче в разностной форме все дифференциальные операторы заменяются их разностными аналогами. Вид разностных операторов и главный член погрешности при апроксимации левыми, правыми и центральными разностями пер-

вой производной $\partial u/\partial x$ на равномерной сетке следующий:

$$\Lambda_- u_j = \frac{u_j - u_{j-1}}{h} = (u_x)_j - \frac{h}{2}(u_{xx})_j + \frac{h^2}{6}(u_{xxx})_j + O(h^3),$$
$$\Lambda_+ u_j = \frac{u_{j+1} - u_j}{h} = (u_x)_j - \frac{h}{2}(u_{xx})_j + \frac{h^2}{6}(u_{xxx})_j + O(h^3), \qquad (2.21)$$
$$\Lambda u_j = \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2h} = (u_x)_j + \frac{h^2}{6}(u_{xxx})_j + O(h^4).$$

Для апроксимации второй производной $\partial^2/\partial x^2$ как правило используется центральная разность, имеющая второй порядок апроксимации на равномерной сетке:

$$\Lambda_{11} u_j = \frac{u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}}{h^2} = (u_{xx})_j + \frac{h^2}{12}(u_{xxx})_j + O(h^4). \qquad (2.22)$$

$O(h)$- порядок аппроксимации.

Исследование процессов формирования конвективных структур и переходов между ними проводилось с помощью численного анализа методом конечных разностей. Расчет полей завихренности φ, температуры T и концентрации C осуществлялся с использованием неявной схемы продольно-поперечной прогонки метода дробных шагов. Значения функции тока Ψ находились с помощью метода последовательной верхней релаксации [123]. Для расчетов использовалась сетка размером 21×42. Шаги сетки выбирались равными между собой $h_x = h_z = 0.05$. Длина расчетной области L=2. В начальный момент времени задавались два вихря на середине высоты полости на расстоянии $x = L/4$ и $x = 3L/4$ от левой боковой границы. Для данной сетки начало конвекции в однородной жидкости соответствует числу Релея $\mathrm{Ra}_* = 1686$. Дальнейшие уточнения сетки не оказали существенного влияния на результаты расчетов.

Как уже отмечалось, для описания режимов конвекции бинарной молекулярной смеси, следуя [56] будем использовать эффективное число Релея, которое определяется как $\mathrm{r} = \mathrm{Ra}/\mathrm{Ra}_*$.

Рассмотрим нелинейную эволюцию конвективной структуры в бинарной смеси, при нагреве снизу. В расчетах использовались типичные для молекулярной жидкостной смеси безразмерные параметры: число Льюиса Le=0.01, число Прандтля Pr=10 и параметр разделения

смеси $\varepsilon = -0.25$. Этот набор параметров соответствует бинарной смеси-этанол-вода.

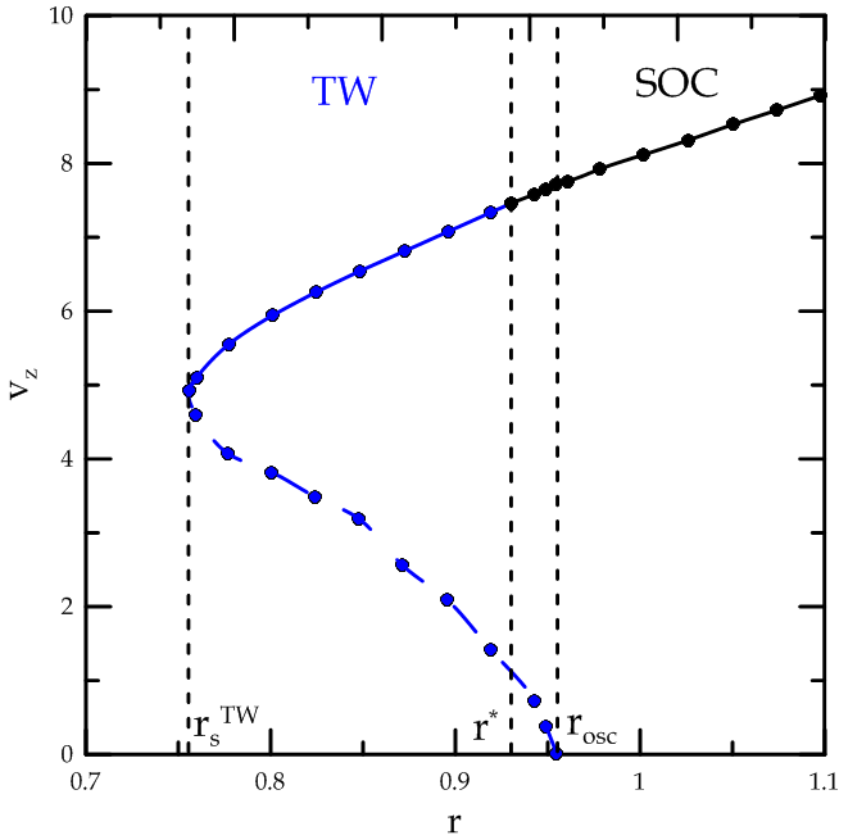


Рисунок 2.2: Бифуркационная диаграмма в случае горизонтальных вибраций ($\alpha = 0°$) : $\mathrm{Gs} = 1000, \mathrm{Pr} = 10, \mathrm{Le} = 0.01, \varepsilon = -0.25$

Бифуркационная диаграмма (зависимость вертикальной скорости от эффективного числа Релея) в случае горизонтальных вибраций ($\alpha = 0°$) : $\mathrm{Gs} = 1000$ представлена на рис. 2.2.

Как и в случае отсутствия вибраций, конвекция возникает колебательным образом при $\mathrm{r} = \mathrm{r}_{osc}$ и характеризуется частотой Хопфа (частотой нейтральных колебаний). Однако в отличие от случая статического поля тяжести, в результате эволюции возмущений в области $\mathrm{r} > \mathrm{r}_{osc}$ устанавливается режим стационарной конвекции, в котором поля функций тока, температуры и концентрации обладают зеркальной симметрией.

При уменьшении числа Релея, в точке r^* режим стационарной конвекции в результате бифуркации нарушения четности меняется на устойчивый режим бегущих волн.

В точке r_s^{TW} бегущая волна теряет устойчивость и устанавливается теплопроводный режим квазиравновесия. Таким образом, нелинейная конвекция режима бегущих волн устойчива в интервале $\mathrm{r}_s^{TW} < \mathrm{r} < \mathrm{r}*$. В точке r_s^{TW} (седло-узел) частота устойчивой бегущей волны наибольшая и с ростом r она уменьшается до нуля в точке r^*, где рождается режим стационарной конвекции. На бифуркационной диаграмме в интервале $\mathrm{r}_s^{TW} < \mathrm{r} < \mathrm{r}_{osc}$ имеется также и неустойчивый режим бегущей волны (штриховая линия).

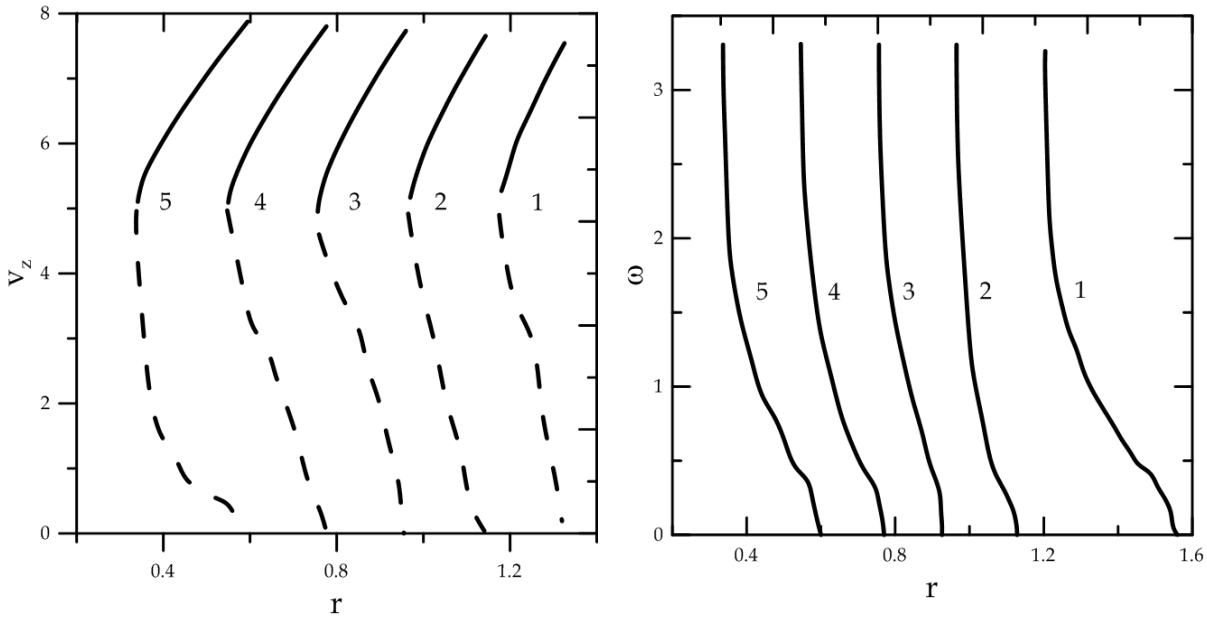
Неустойчивые ветви (штриховые линии рис. 2.3 а) строились при помощи лимитационного метода, часто применяемого в задачах конвекции в [54]. Этот метод использует тот факт, что в зависимости от начальных условий конвективная система будет стремиться к одному из устойчивых решений. Возможно выбрать такие начальные условия, при которых система будет находиться между устойчивыми состояниями, и ей необходимо большое время, чтобы перейти в одно из устойчивых решений. Обычно используют начальные условия в виде суммы всех полей, характеризующих устойчивые состояния с весами:

$$f = af_1 + (1-a)f_2, \tag{2.23}$$

где f_1, f_2 -поля всех функций задачи (φ, Ψ, T, C, F), соответствующих устойчивым решениям. a - коэффициент, характеризующий вклад каждого из состояний в начальные условия. В итоге идея метода заключена в подборе коэффициента a, при котором система устремляется к другому устойчивому состоянию.

Фрагменты бифуркационных диаграмм, отражающих режимы устойчивых (сплошные линии) и неустойчивых бегущих волн (штриховые линии), представлены на рис. 2.3 для различных значений числа Гершуни. Как видно из рис. 2.3 возникновение конвекции при любых интенсивностях продольных высокочастотных вибраций происходит в результате обратной бифуркации, а увеличение числа Гершуни приводит к значительному снижению критических значений чисел Релея $\mathrm{r}_{osc}, \mathrm{r}_s^{TW}$, r^*. С другой стороны, величина характерной вертикальной конвективной скорости v_z и частоты ω, характеризующих переход от бегущей волны

к состоянию квазиравновесия не зависят от интенсивности вибраций и равны $v_z = 4.58$, $\omega = 3,25$, соответственно.



а) б)

Рисунок 2.3: Бифуркационная диаграмма конвективных режимов при наличии горизонтальных вибраций ($\alpha = 0°$). а) зависимость вертикальной скорости v_z и б) частоты ω от эффективного числа Релея. Gs= 1)0, 2)500, 3)1000, 4)1500, 5)2000

Таблица 2.1: Зависимость критических чисел Релея от числа Гершуни при горизонтальных вибрациях ($\alpha = 0°$)

Gs	r_s^{TW}	r_{osc}	r^*
0	1.176	1.318	1.36
500	0.965	1.144	1.121
1000	0.754	0.967	0.935
1500	0.546	0.776	0.747
2000	0.336	0.594	0.569

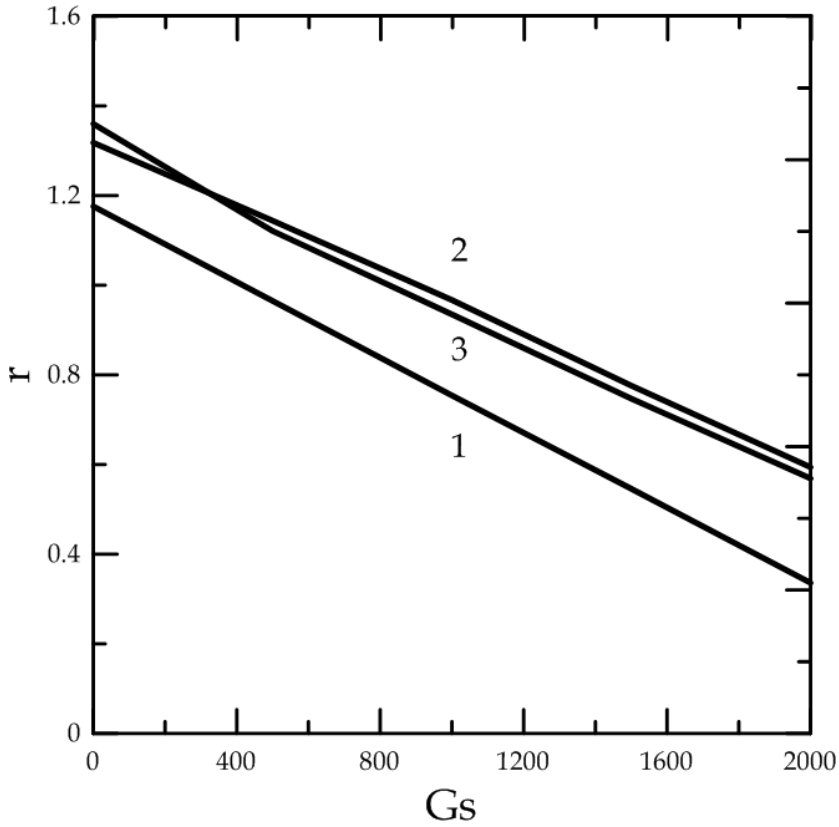


Рисунок 2.4: Зависимость критических параметров от интенсивности горизонтальных вибраций: 1) r_s^{TW}, 2)r_{osc}, 3)r^*

Поведение критических значений характеризующих возникновение колебательной конвекции r_{osc}, и область существования бегущей волны $\mathrm{r}_s^{TW}, \mathrm{r}^*$ представлено в табл. 2.1 и на рис. 2.4. Из рисунка видно, что с ростом интенсивности горизонтальных вибраций все критические значения, как отмечалось выше, монотонно понижаются. Имеется также пересечение границ возникновения колебательной неустойчивости r_{osc} и возникновения стационарной конвекции r^*. Если в отсутствии вибраций и вибраций низкой амплитуды $\mathrm{Gs} < \mathrm{Gs}_*$, где $\mathrm{Gs}_* \sim 300$, в результате переходного процесса после нарастания колебательных возмущений устанавливается бегущая волна, при достаточно высоких интенсивностях вибраций ($\mathrm{Gs} > \mathrm{Gs}_*$) переходный процесс приводит к установлению стационарной конвекции.

Таблица 2.2: Зависимость критических чисел Релея от угла наклона α, Gs=1000

α	r_s^{TW}	r_{osc}	r^*
0	0.754	0.967	0.935
45	1.093	1.279	1.216
90	1.437	1.590	1.533

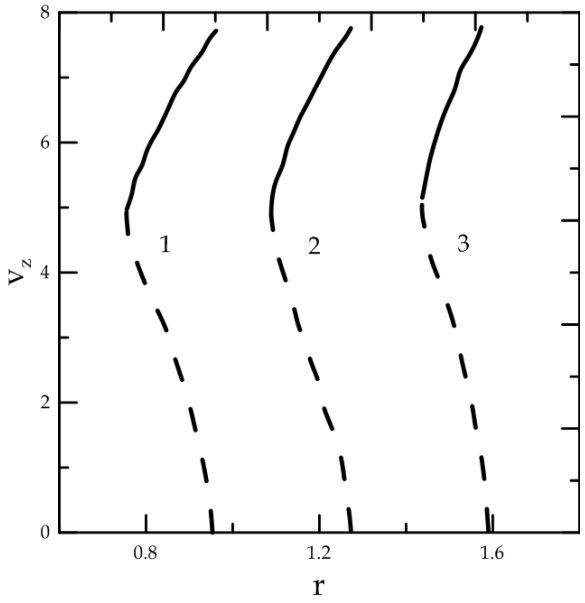


Рисунок 2.5: Бифуркационная диаграмма при изменении угла наклона вибраций(Gs=1000), $\alpha = 1)0°, 2)45°, 3)90°$

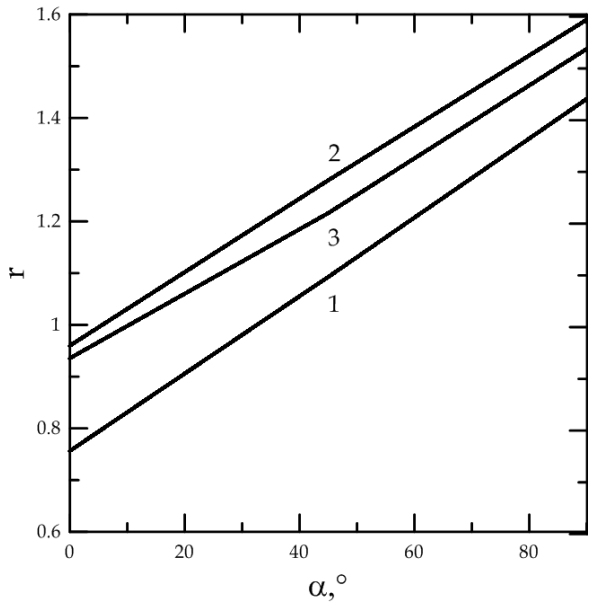


Рисунок 2.6: Зависимость критических параметров от угла наклона вибраций: 1) r_s^{TW}, 2) r_{osc}, 3) r^*

Влияние угла наклона оси высокочастотных вибраций при фиксированной их интенсивности на бифуркационную диаграмму решений уравнений проиллюстрировано в табл. 2.2 и на рис. 2.5. Переход от горизонтальных к вертикальным вибрациям повышает все критические значения: r_s^{TW}, r_{osc}, r^*. Кроме того, увеличение угла наклона оси вибраций сужает область существования бегущих волн (разность r^*-r_s^{TW} уменьшается с ростом числа Гершуни Gs).

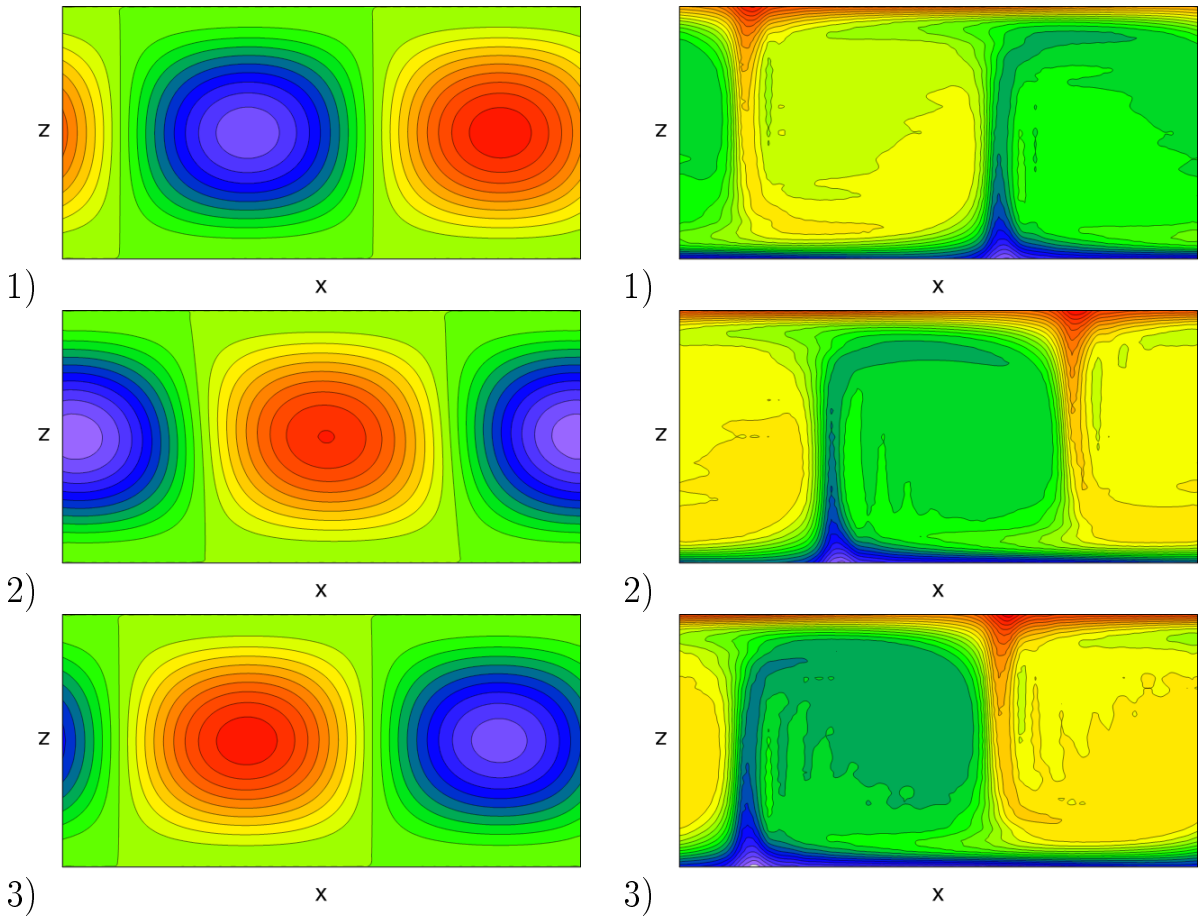


Рисунок 2.7: Изолинии а) функции тока Ψ и б) концентрации C в середине интервала существования режима бегущей волны при заданных параметрах Gs=1000 : 1)$\alpha = 0°$, r=0.860; 2) $\alpha = 45°$, r=1.186; 3) $\alpha = 90°$, r=1.501

Изолинии полей осредненной функции тока Ψ и концентрации C в режиме бегущих волн представлены на рис. 2.7 для волновых режимов при различных углах наклона оси вибраций к горизонтали. Как видно из рисунка, вне зависимости от угла наклона оси вибраций распределение поля функции тока по горизонтальной координате хорошо описывается первой пространственной гармоникой, в то время как поле концентрации имеет явно выраженные пограничные слои вблизи горизонтальных границ и между соседними конвективными валами.

Для волновых режимов изолинии представляют собой моментальное распределение соответствующих полей. Вся система изолиний, ха-

рактеризующих бегущую волну, смещается справа-налево с некоторой фазовой скоростью $v = \omega/k$.

2.4 Зеркально-сдвиговая симметрия бегущих волн

Если при замене аргумента x у всех полей (функций тока осредненной и пульсационной скорости, завихренности, температуры и концентрации) на $x + \lambda/2$ (сдвиге на полупериод по горизонтльной оси), и одновременной замене по вертикальной оси $z \to 1 - z$ и знака всех полей, система уравнений не изменяется, то говорится, что решения системы обладают зеркально-сдвиговой симметрией:

$$f = (\Psi, F, \varphi, T, C)\,,$$

$$f(x, z, t) = -f(x + \lambda/2, 1 - z, t). \tag{2.24}$$

Для случая бинарной жидкостной смеси в отсутствии вибраций решения в виде бегущих волн обладают зеркально-сдвиговой симметрией [38]. Это можно, объяснить следующим образом. Рассмотрим, к примеру, систему уравнений конвекции бинарной смеси в случае отсутствия вибраций:

$$\begin{gathered}
\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) = \Delta\varphi + \mathrm{Ra}\frac{\partial (T + C)}{\partial x}, \\
\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z} = \Delta T, \\
\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial z} = \mathrm{Le}\Delta(C - \varepsilon T), \\
\varphi = -\Delta\Psi.
\end{gathered} \tag{2.25}$$

При выполнении преобразования симметрии вида (2.24) производная по x не меняет знак, производная по z меняет знак. Таким образом, каждое слагаемое в уравнении движения системы (2.25) поменяет знак либо один раз (линейные слагаемые), либо три (нелинейные слагаемые, описывающие конвективный перенос) и, следовательно всё уравнение

легко преобразуется к первоначальному виду. Такие же преобразования можно провести для полей температуры и концентрации.

При рассмотрении бинарной смеси при наличии высокочастотных вибраций, направленных под произвольным углом наклона, уравнение движения смеси содержит дополнительные (вибрационные) слагаемые, зависящие от пульсационной скорости:

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial z})\right)=\Delta\varphi+\mathrm{Ra}\frac{\partial(T+C)}{\partial x}+$$
$$+\mathrm{Gs}\left[\cos\alpha\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial z}\frac{\partial^2F}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2F}{\partial z^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial x}\right]+\right. \tag{2.26}$$
$$\left.+\sin\alpha\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial x}\frac{\partial^2F}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2F}{\partial x^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial z}\right]\right].$$

Эти слагаемые обладают разными свойствами симметрии. Слагаемое, пропорциональное $\sin\alpha$, изменяет знак три раза в результате преобразования (2.24), а слагаемое, пропорциональное $\cos\alpha$, – четыре. Таким образом, уравнение движения не переходит само в себя, что приводит, в общем случае, к нарушению зеркально-сдвиговой симметрии. И только в предельном случае вертикальных вибраций, когда это слагаемое обращается в ноль, зеркально-сдвиговая симметрия сохраняется.

Нарушение зеркально-сдвиговой симметрии можно наглядно увидеть на рис. 2.8, где представлены полученные в результате численного расчета изолинии пульсационной функции тока F. В случае горизонтальных вибраций (рис. 2.8 а) пульсационное течение наиболее интенсивно. Как видно из рисунка зеркально сдвиговая симметрия в этом случае нарушена. Например, на середине высоты слоя $z = 1/2$ знак пульсационной функции тока не меняется при сдвиге на полпериода волны по горизонтали. Структура функции тока F представляет собой суперпозицию плоскопараллельного течения с линейным профилем и возмущений в виде валов. При переходе к вертикальным вибрациям (рис. 2.8 в) интенсивность плоскопараллельного течения снижается до нуля, а зеркально-сдвиговая симметрия восстанавливается.

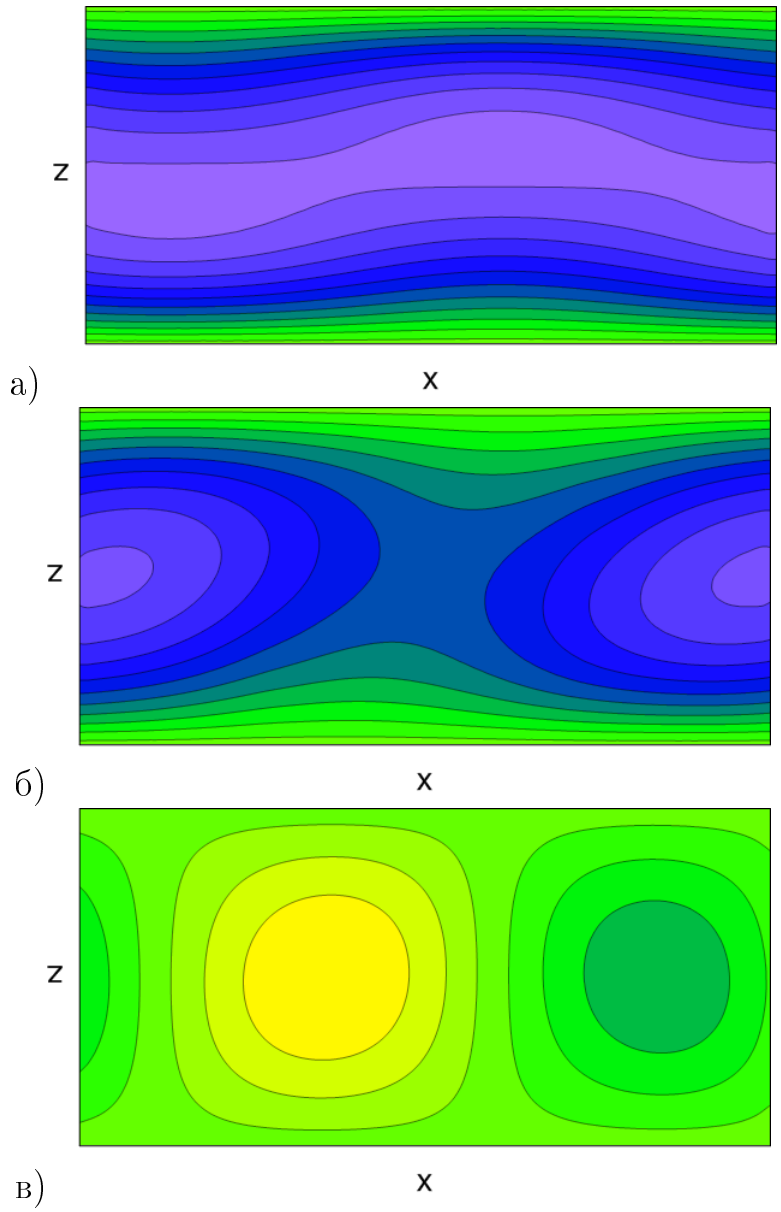


Рисунок 2.8: Изолинии функции тока пульсационной скорости F в середине интервала существования бегущей волны при наличии вибраций Gs=1000 при заданных параметрах а) $\alpha = 0°$, r=0.848 б) $\alpha = 45°$, r=1.097 в) $\alpha = 90°$, r=1.435

2.5 Основные итоги второй главы

Для горизонтального слоя бинарной молекулярной смеси с отрицательной термодиффузией, находящегося в поле высокочастотных вибраций, ось которых направлена под углом к горизонту, получены следующие результаты:

– Проведено численное моделирование эволюции нелинейных конвективных структур, получены бифуркационные диаграммы нелинейных конвективных решений. Показано, что увеличение интенсивности горизонтальных вибраций уменьшает критические значения числа Релея, соответствующие переходам: состояние механического квазиравновесия - колебательная неустойчивость (r_{osc}), бегущая волна - механическое квазиравновесие (r_s^{TW}) или бегущая волна - стационарная конвекция (r^*). С другой стороны показано, что увеличение угла наклона оси вибраций к горизонтали повышает эти критические значения: r_s^{TW}, r_{osc}, r^*.

– На основе анализа уравнений, характеризующих поведение бинарной смеси показано, что высокочастотные вибрации, направленные под углом к горизонту, разрушают зеркально-сдвиговую симметрию бегущих волн в молекулярной смеси. Это свойство проиллюстрировано анализом поля пульсационной функции тока, полученным в ходе численного расчета.

Глава 3

Конвекция бинарной смеси в поле вертикальных высокочастотных вибраций

В данной главе приведены результаты анализа устойчивости и нелинейных устойчивых режимов конвекции бинарной молекулярной смеси: спирт-вода, заполняющей горизонтальный слой при подогреве снизу и наличии вертикальных высокочастотных вибраций. В первом параграфе приводится постановка задачи, во втором дается приближенное аналитическое решение задачи, позволяющее определить пороги возникновения вибрационной конвекции при наличии вертикальных вибраций с помощью простого пересчета данных о порогах конвекции в отсутствии вибраций. В третьем параграфе обсуждается влияние вертикальных вибраций на особенности формирования конвективных течений. Показано, что при умеренных значениях числа Гершуни бифуркационная диаграмма, как целое, сдвигается в область больших чисел Релея. На бифуркационной диаграмме режимов, как и в случае отсутствия вибраций, существуют области бегущих волн (устойчивый и неустойчивый режимы), а также монотонной конвекции. В четвертом параграфе главы рассмотрены нелинейные конвективные течения, существующие при достаточно сильном вибрационном воздействии, в том числе устойчивый режим слабонелинейных бегущих волн и режим модулированных бегущих волн. Анализ свойств модулированных бегущих волн показал, что рождается модулированная по амплитуде и по фазе бегущая волна. На плоскости параметров число Релея–число Гершуни найдены границы областей существования слабонелинейных бегущих волн, сильнонелиненых бегущих волн, а также модулированных бегущих волн.

3.1 Постановка задачи

Рассмотрим случай высокочастотных вибраций, направленных поперек слоя. Бесконечный горизонтальный слой, ограниченный двумя

параллельными, жесткими пластинами заполняется бинарной смесью с нереагирующими компонентами (например, этанол-вода) и его границы являются непроницаемыми для компонент смеси. Ось x декартовой системы координат направлена вдоль слоя, а ось z – по нормали к ее границам (рис. 3.1). Из-за эффекта термодиффузии возникает градиент концентрации смеси, когда вертикальный градиент температуры прикладывается к границам: $T(z=0)=\Theta/2, T(z=h)=-\Theta/2$.

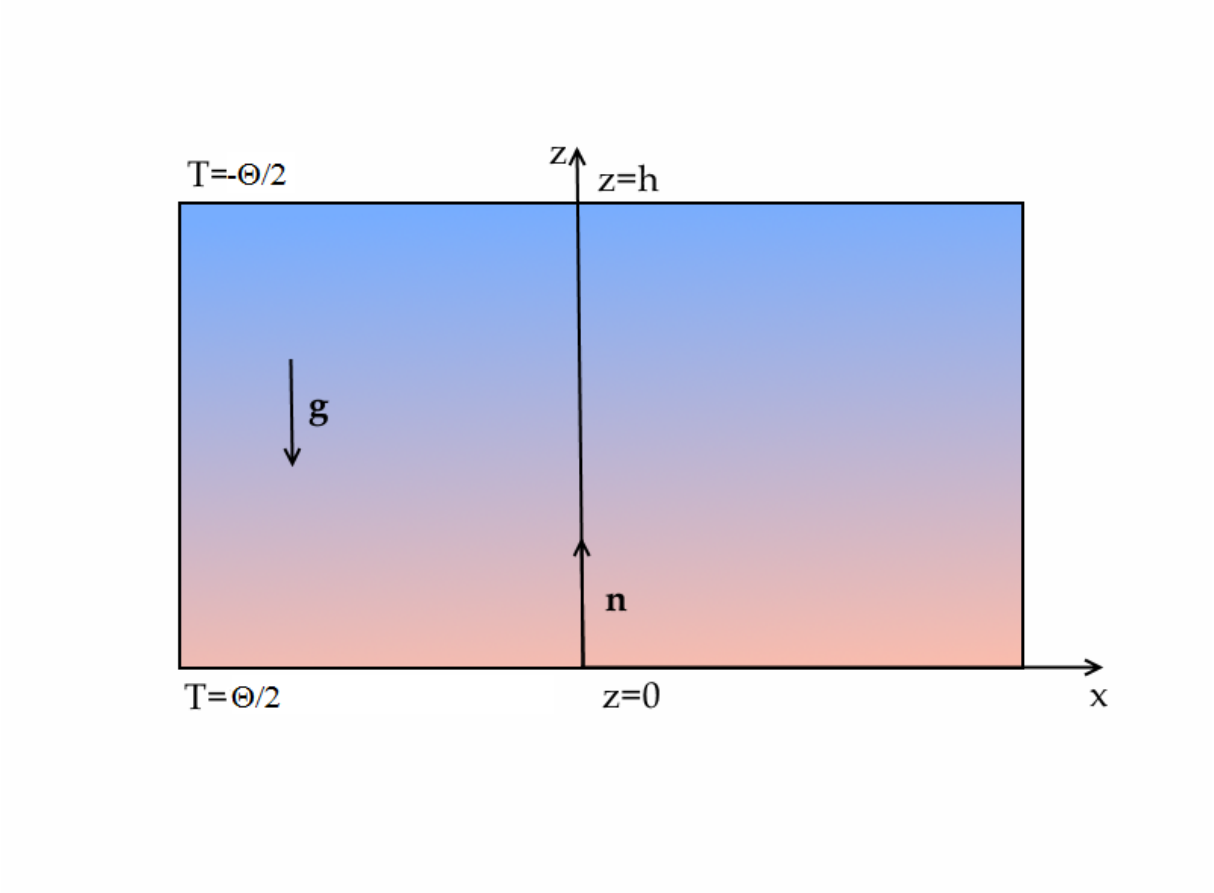


Рисунок 3.1: Молекулярная бинарная смесь в высокочастотном поле трансверсальных вибраций. Геометрия задачи

Для такого случая система уравнений в безразмерном виде (2.25) принимает более простой вид:

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)=\Delta\varphi+\mathrm{Ra}\frac{\partial(T+C)}{\partial x}+$$
$$+\mathrm{Gs}\left[\frac{\partial(T+C)}{\partial x}\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial z}-\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\frac{\partial(T+C)}{\partial z^2}\right],$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z}=\Delta T, \tag{3.1}$$
$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial z}=\mathrm{Le}\Delta(C-\varepsilon T),$$
$$\varphi=-\Delta\Psi,\ \Delta F=-\frac{\partial(T+C)}{\partial x}.$$

Эти уравнения дополняются граничными условиями на горизонтальных (2.18) и боковых (2.20) границах.

Численные методы, использованные в расчетах, кратко обсуждены в предыдущей главе.

В работе используется набор параметров, соответствующий молекулярной жидкостной смеси: число Льюиса Le=0.01, число Прандтля Pr=10 и два значения параметра разделения ε=-0.25, ε=-0.4. Такой набор параметров соответствует смеси этанол-вода [43, 44, 124].

3.2 Граница возникновения конвекции. Аналитическое рассмотрение

Рассматривается поведение малых возмущений основного состояния. Малые нормальные возмущения представляются в виде:

$$(\Psi,T,\xi,F)=exp(-\lambda t-ikx)\left(\Psi(t,z),\Theta(t,z),\xi(t,z),f(t,z)\right), \tag{3.2}$$

где $\xi=C-\varepsilon T$– новая переменная, λ- декремент возмущений и k– волновое число.

После линеаризации системы уравнений (3.1) получим спектральную-амплитудную задачу для малых нормальных возмущений.

$$-\frac{\lambda}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\Psi=\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)^2\Psi+ik\mathrm{Ra}[(1+\varepsilon)\Theta+\xi]]+$$
$$+(1+\varepsilon)k^2\mathrm{Gs}f,$$
$$-\lambda\Theta-ik\Psi=\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\Theta,$$

$$-\lambda\xi = \mathrm{Le}\left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2\right)\xi - \varepsilon\left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2\right)\Theta, \tag{3.3}$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2\right) f = ik[\Theta(1+\varepsilon) + \xi],$$

$$z = 0, 1 : \Psi = 0,\ \frac{\partial\Psi}{\partial z} = 0,$$

$$f = 0, \Theta = 0,\ \frac{\partial\xi}{\partial z} = 0. \tag{3.4}$$

Известо, что в горизонтальном слое бинарной жидкости с отрицательным эффектом Соре, нагреваемом снизу, длинноволновая нестойчивость отсутсвует и неусточивость связана с колебательными возмущениями с конечным k [83]. Несмотря на подробный анализ результатов линейной теории устойчивости, проведенный в [83], имеется еще один интересный, на наш взгляд, результат, который получен в результате проведенного нами линейного анализа устойчивости основного состояния равновесия бинарной смеси спирт-вода с учетом возмущений с произвольным волновым числом путем решения спектрально-амплитудной задачи, о котором будет рассказано в этом разделе.

На рис. 3.2 представлена зависимость числа Релея и частоты колебаний от вибрационного числа Гершуни, полученные в результате численного расчета на основе метода стрельбы с ортогонализацией для бинарной смеси (спирт-вода), описываемого для системы уравнений (3.3) с граничными условиями (3.4). Из рисунка видно, что пороги конвекции линейно растут с увеличением интенсивности вибраций, а частота нейтральных колебаний не зависит от интенсивности вибрационного воздействия.

Как показывают нелинейные расчеты (результаты представлены в п.п.3.3), пульсационная функция тока с хорошей точностью описывается первыми пространственными гармониками по горизонтальным и вертикальным координатам, поэтому мы можем аппроксимировать ее следующим образом:

$$f = \exp(-ikx)\sin(\pi z). \tag{3.5}$$

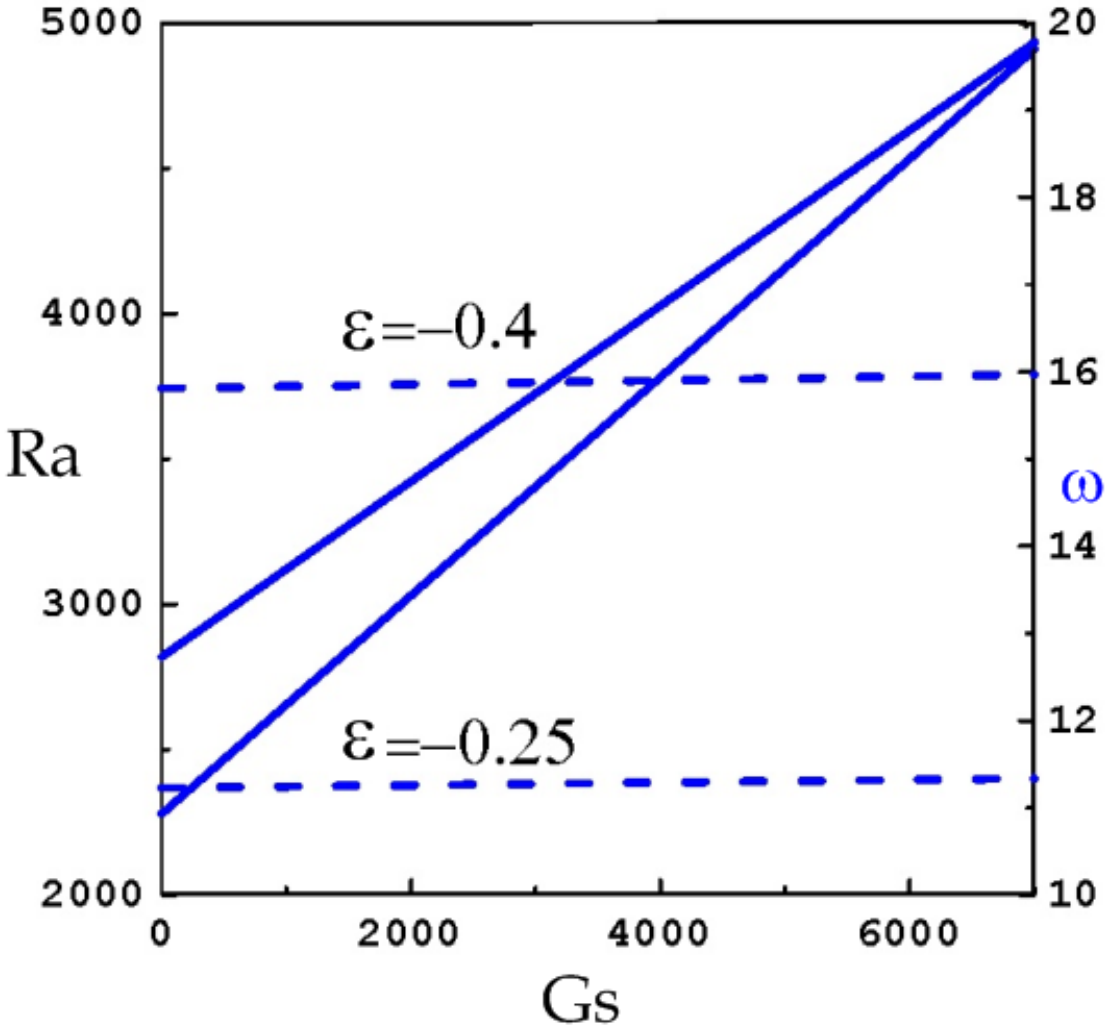


Рисунок 3.2: Пороги устойчивости (сплошные линии) и частоты критических возмущений (штриховые линии). Параметры $\mathrm{Le} = 0.01$, $\mathrm{Pr} = 10$, $\varepsilon = -0.25; -0.4$

Используя это предположение, рассмотрим систему спектрально-амплитудных уравнений (3.3).

При таком рассмотрении действие дифференциального оператора на пульсационную функцию тока просто сводится к умножению ее на некоторый коэффициент:

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - k^2\right) f = -(\pi^2 + k^2) f,$$

что позволяет выразить из уравнения для концентрации в системе уравнений (3.3) функцию тока пульсационной скорости через возмущения

температуры Θ и возмущения вспомогательной функции ξ в виде:

$$f = -\frac{ik[\Theta(1+\varepsilon)+\xi]}{(\pi^2+k^2)}, \tag{3.6}$$

а затем исключить функцию тока пульсационной скорости из спектрально-амплитудной задачи:

$$-\frac{\lambda}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\Psi = \left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)^2\Psi +$$
$$+ik\left[\mathrm{Ra}-\frac{(1+\varepsilon)k^2\mathrm{Gs}}{(\pi^2+k^2)}\right]\times\ [(1+\varepsilon)\Theta+\xi], \tag{3.7}$$
$$-\lambda\Theta - ik\Psi = \left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\Theta,$$
$$-\lambda\xi = \mathrm{Le}\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\xi - \varepsilon\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\Theta.$$

В результате наших преобразований в новой системе уравнений (3.7) вибрационное число Гершуни присутствует только в одном коэффициенте в некоторой комбинации с другими параметрами:

$$\mathrm{Ra(Gs)} - \frac{(1+\varepsilon)k^2\mathrm{Gs}}{(\pi^2+k^2)},$$

причем если заменить эту комбинацию на коэффициент $\mathrm{Ra}(\varepsilon)$, то получившаяся система уравнений будет описывать конвекцию в бинарной жидкости в отсутствии вибраций.

Таким образом, можно выразить критическое число Релея при наличии вертикальных вибраций $\mathrm{Ra(Gs)}$ через $\mathrm{Ra}(\varepsilon)$ следующим образом:

$$\mathrm{Ra(Gs)} = \mathrm{Ra}(\varepsilon) + \frac{(1+\varepsilon)k^2\mathrm{Gs}}{(\pi^2+k^2)}. \tag{3.8}$$

Выражение (3.8) показывает, что критическое значение числа Релея, характеризующего порог тепловой конвекции, линейно растет с увеличением вибрационного параметра – числа Гершуни Gs.

Кроме того, возвращаясь к анализу систем (3.3) и (3.7), можно видеть, что инкремент возмущений в той и другой системах одинаков.

То есть, вибрационное число Гершуни не влияет на частоту критических возмущений $\omega(\mathrm{Gs}) = \omega(\mathrm{Gs} = 0)$, что видно на рис. 3.2.

Из уравнения (3.8) так же легко получается известный длинноволновый предел:

$$\mathrm{Ra}(\mathrm{Gs}) = \mathrm{Ra}(\varepsilon) = \frac{720\mathrm{Le}}{\varepsilon}. \tag{3.9}$$

из которого следует, что высокочастотные вертикальные вибрации не влияют на порог длинноволновой неусточивости [83].

3.3 Бифуркационные диаграммы при умеренных интенсивностях вибраций

Рассмотрим изменение бифуркационных диаграмм конвективных режимов при наличии вертикальных вибраций небольшой интенсивности, при которых бифуркационная диаграмма конвективных режимов не претерпевает качественных изменений (рис. 3.3).

В отсутствии вибраций, критическое волновое число $k \sim \pi$. В соответсвии с численными результатами, полученными в диапазоне значений чисел Гершуни $0 < \mathrm{Gs} < 5200$, уменьшение критического волнового числа не превышает 25%. Поэтому в дальнейших нелинейных расчетах используется конвективная ячейка L=2, соответствующая волновому числу $k \sim \pi$, для анализа тепло- и массопереноса в случае действия термовибрационного механизма конвекции бинарной смеси в сравнении со случаем тепловой гравитационной конвекции бинарной смеси.

На бифуркационной диаграмме (рис. 3.3) представлены различные типы конвективных решений для случая отсутствия вибраций и для случая $\mathrm{Gs} = 2129$. Отметим, что значение числа Гершуни $\mathrm{Gs} = 2129$ соответствует порогу возникновения термовибрационной конвекции в невесомости [125]. Как и в предыдущей главе здесь используется эффективное число Релея r= $\mathrm{Ra}/\mathrm{Ra}_*$, где Ra_* характеризует порог возникновения конвекции в однородной жидкости.

В отличие от случая горизонтальных вибраций, увеличение интенсивности вертикальных вибраций сдвигает интервалы существования различных конвективных решений в область больших чисел Релея.

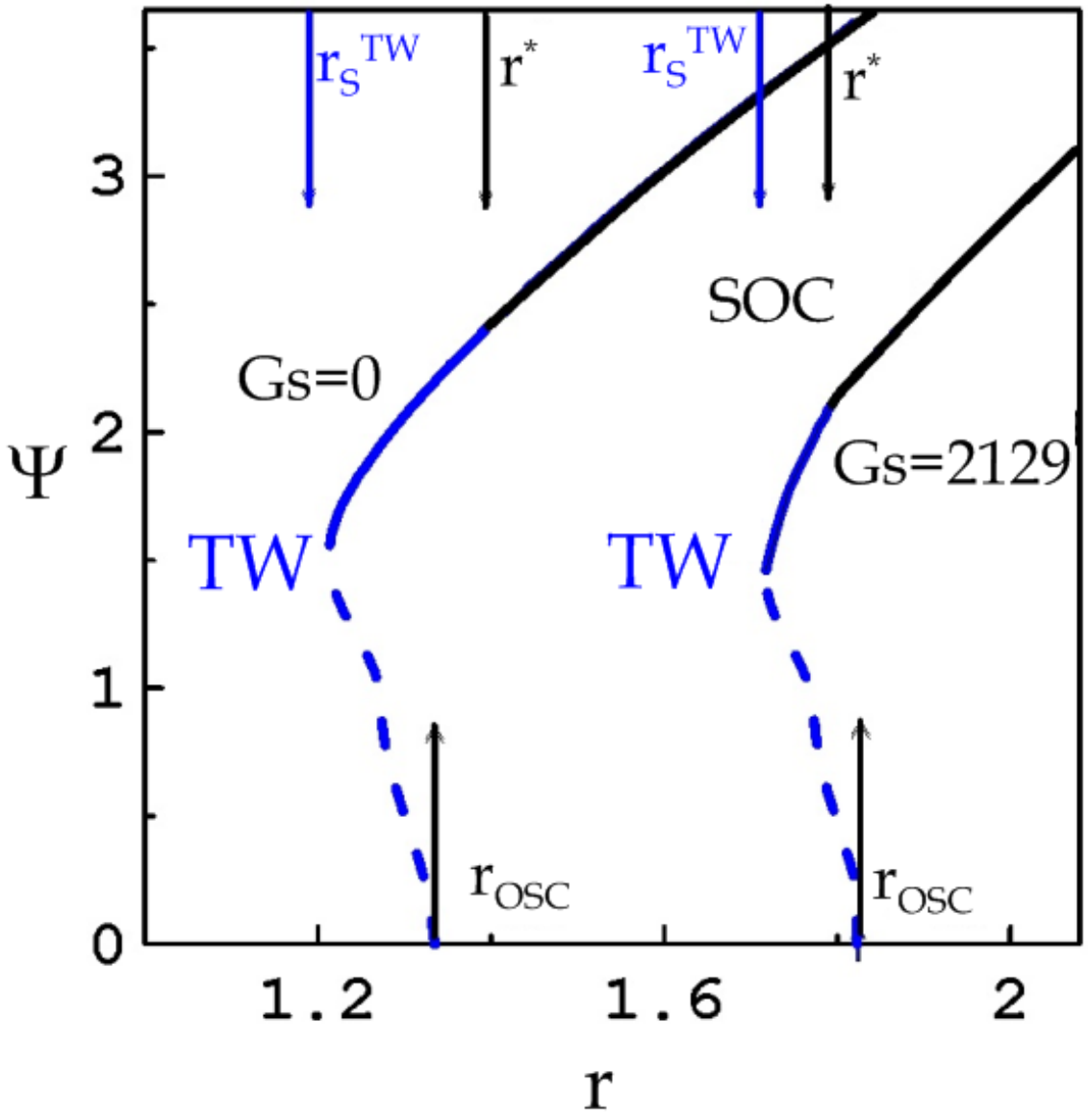


Рисунок 3.3: Бифуркационная диаграмма конвективных режимов. Параметры Le = 0.01, Pr = 10, $\varepsilon = -0.25$

При медленном увеличении интенсивности нагрева в точке $r = r_{osc}(Gs)$ происходит обратная бифуркация Хопфа, начинают нарастать колебательные возмущения. Частота нейтральных колебаний $\omega_H = 11.25$ не зависит от числа Гершуни. В результате нелинейной эволюции могут установиться различные конвективные режимы: бегущие волны (TW) или режим стационарной конвекции (SOC). Штриховой линией в под-

критической области обозначены неустойчивые ветви бегущих волн. В точке $\mathrm{r}_s^{TW}(\mathrm{Gs})$ бегущая волна приобретает устойчивость (точка бифуркации, седло-узел), положение которой зависит от числа Гершуни: $\mathrm{r}_s^{TW}(\mathrm{Gs}=0)=1.081$ и $\mathrm{r}_s^{TW}(\mathrm{Gs}=2129)=1.717$. Данные численного моделирования показали, что характерная частота колебаний и максимальная функция тока в точке бифуркации не зависят от числа Гершуни: $\omega_s^{TW}(\mathrm{Gs}=0)=\omega_s^{TW}(\mathrm{Gs}=2129)=3.25$ и $\Psi_s^{TW}(\mathrm{Gs}=0)=\Psi_s^{TW}(\mathrm{Gs}=2129)=1.46$.

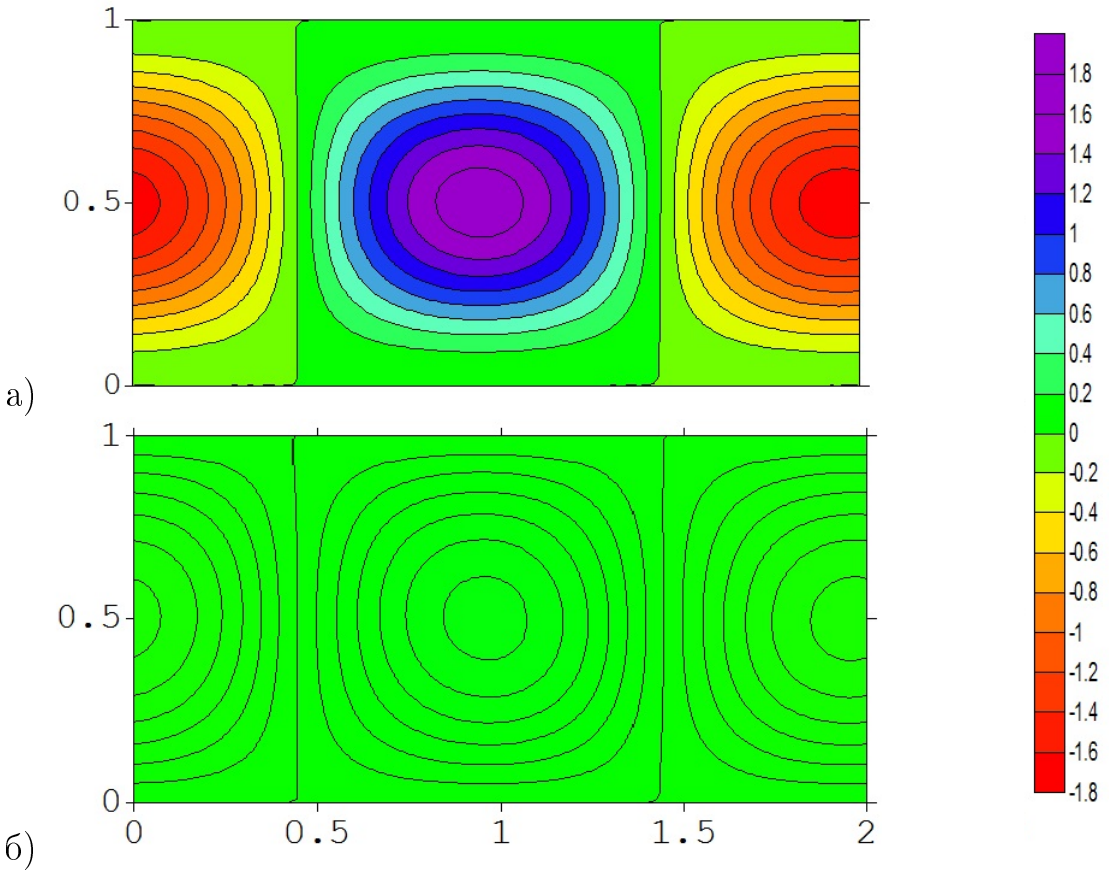


Рисунок 3.4: Изолинии функции тока для а) осредненной $\Psi(x,z)$ и б) пульсационной $F(x,z)$ скоростей. Параметры $\mathrm{Le}=0.01$, $\mathrm{Pr}=10$, $\varepsilon=-0.25$, $\mathrm{r}=1.75$, $\mathrm{Gs}=2129$

При увеличении числа Релея в интервале $\mathrm{r}_s^{TW}<\mathrm{r}<\mathrm{r}*$ режим бегущих волн сохраняет устойчивость (сплошные линии на бифуркационной диаграмме, рис. 3.3). Частота устойчивой бегущей волны (а следовательно и фазовая скорость) плавно убывает с ростом эффективного числа Релея r и обращается в ноль в точке $\mathrm{r}^*(\mathrm{Gs})$. При этом появляется режим стационарной конвекции $\mathrm{r}^*(\mathrm{Gs}=0)=1.364$ и $\mathrm{r}^*(\mathrm{Gs}=2129)=1.794$.

На рис. 3.4 представлен характерный вид изолиний полей осредненной и пульсационной функций тока. Важно отметить, что пульсационная функция тока, отлично описывается первой пространственной гармоникой, также как функция тока осредненной скорости и температуры. Кроме того, амплитуда функции тока пульсационной скорости много меньше (почти на порядок) амплитуды функции тока средней скорости.

3.4 Интенсивные вибрации. Модулированные бегущие волны

При достаточно высоких интенсивностях вибрации $\mathrm{Gs} > 4800$ характер бифуркационной диаграммы меняется качественным образом. Например, на рис. 3.5 представлена бифуркационная диаграмма для случая $\mathrm{Gs} = 5000$.

Один из интересных и неожиданных результатов –поведение слабонелинейной моды бегущей волны (TW-WN). В статическом поле это решение неустойчиво. Под действием вибраций оно становится устойчивым. Решение типа TW-WN характеризуется большим значением фазовой скорости горизонтального движения и следовательно большим значением частоты колебаний различных величин в фиксированной точке конвективной ячейки. Например, частота колебаний при $\mathrm{r} = 2.441$ (точка B на рис. 3.5) достаточно велика и равна $\omega = 8.09$, что составляет 70% от значения частоты Хопфа $\omega_H = 11.25$, и превышает частоту сильнонелинейной бегущей волны SN-TW. Максимальное значение функции тока в этом режиме не зависит от времени. Важно подчеркнуть, что в отсутствии вибраций это конвективное решение неустойчиво [124]. Как и в случае маятника Капицы высокочастотные вибрации модифицируют некоторые фундаментальные свойства механических систем и неустойчивый режим может стать устойчивым.

Рост эффективного числа Релея приводит к появлению устойчивого режима модулированных бегущих волн (MTW), который был найден в некотором интервале эффективного числа Релея $\mathrm{r}_1 < \mathrm{r}_{MTW} < \mathrm{r}_2$,

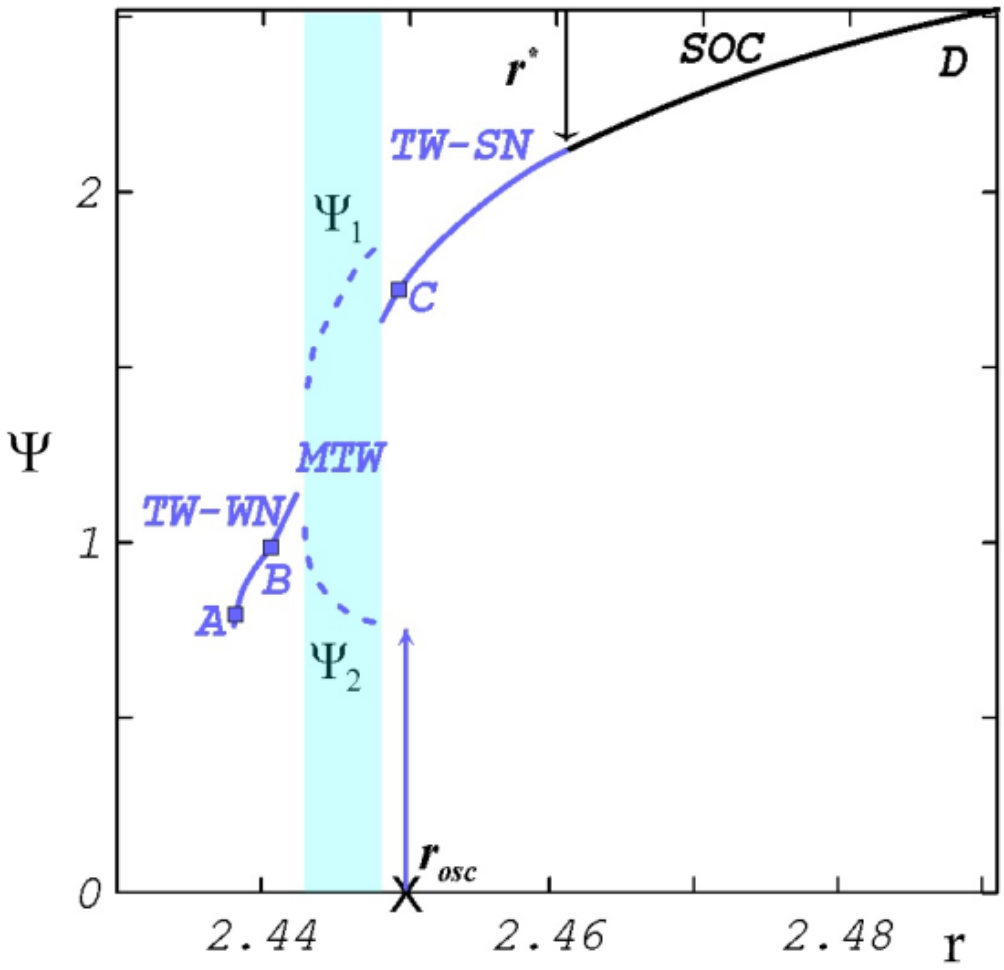


Рисунок 3.5: Бифуркационная диаграмма конвективных режимов. Параметры Le = 0.01, Pr = 10, $\varepsilon = -0.25$, Gs = 5000

отмеченного на рис. 3.5. На рис. 3.6 б) $\Psi_{max}(t)$ колеблется между верхним значением $\Psi_1(\mathrm{r})$ и нижним $\Psi_2(\mathrm{r})$ значениями и следовательно амплитуда бегущей волны (TW) модулирована. В связи с этим на бифуркационной диаграмме приведены оба предельных значения амплитуды функции тока $\Psi_1(\mathrm{r})$ и $\Psi_2(\mathrm{r})$. Внутри интервала $\mathrm{r}_1 < \mathrm{r}_{MTW} < \mathrm{r}_2$ рост эффективного числа Релея приводит к увеличению глубины модуляции $\delta\Psi = \Psi_1(\mathrm{r}) - \Psi_2(\mathrm{r})$. При достижении значения $\mathrm{r} = \mathrm{r}_2$ модулированная бегущая волна становится неустойчивой.

Устойчивым становится режим бегущей волны с сильно нелинейным профилем концентрации (TW-SN): зависимость концентрации от горизонтальной координаты, взятая, например, на середине высоты слоя

постоянна внутри каждого конвективного вала и испытывает изменения только внутри узких погранслоев.

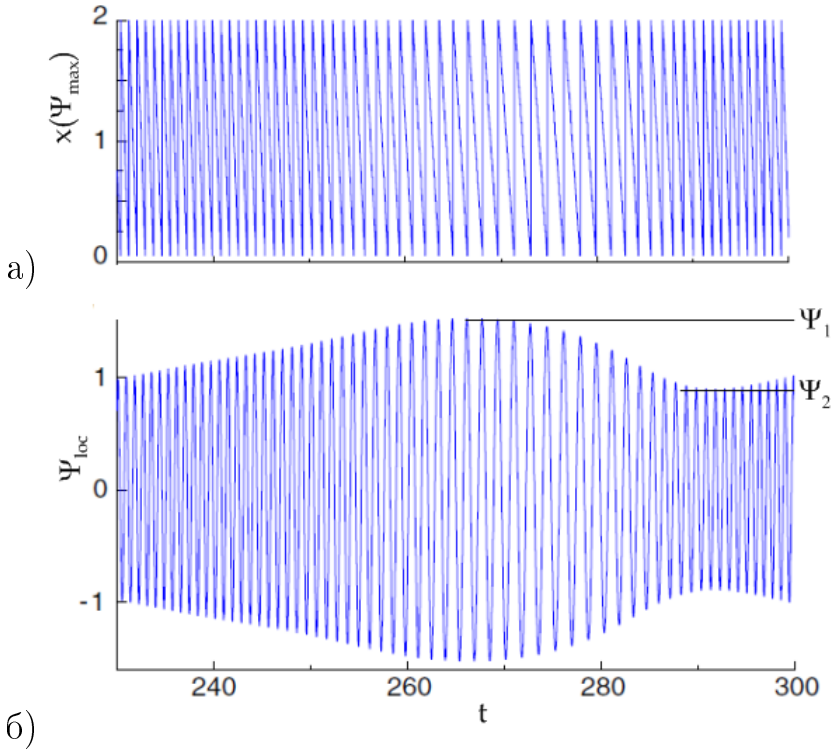


Рисунок 3.6: r = 2.444, Gs = 5000: (a) Поведение горизонтальной координаты точки, в которой достигается максимум функции тока $x_{max}(t) = x(\Psi_{max(t)})$ и (b) значения функции тока осредненной скорости в фиксированной точке $\Psi_l = \Psi(x = L/4, z = 1/2, t)$

В разложении концентрации по пространственным гармоникам присутствуют высшие моды, а не только первая гармоника, как в случае режима слобонелинейной бегущей волны. Дальнейший рост эффективного числа Релея уменьшает фазовую скорость бегущей волны до нуля в точке r^* и устанавливается режим обыкновенной стационарной конвекции SOC (рис. 3.5, точка D).

На рис. (3.7–3.9) представлены результаты преобразования Фурье для зависимостей функции тока в фиксированной точке $\Psi_l(t) = \Psi_($x = L/4, z = 1/2, t$)$ от времени, характеризующие различные конвективные решения.

В режиме слабонелинейной бегущей волны TW-WN (рис. 3.7, r = 2.441) Фурье-спектр имеет один главный вклад. Решение характеризует-

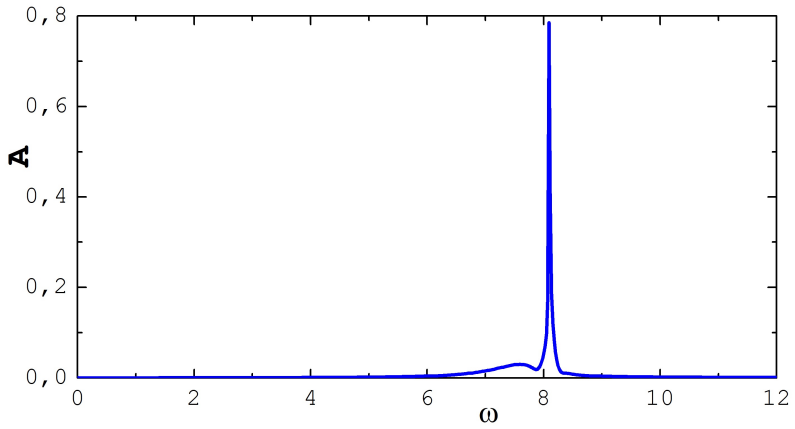


Рисунок 3.7: Фурье спектр колебаний функции тока в фиксированной точке. Gs = 5000, r = 2.441. Режим слабонелинейной бегущей волны

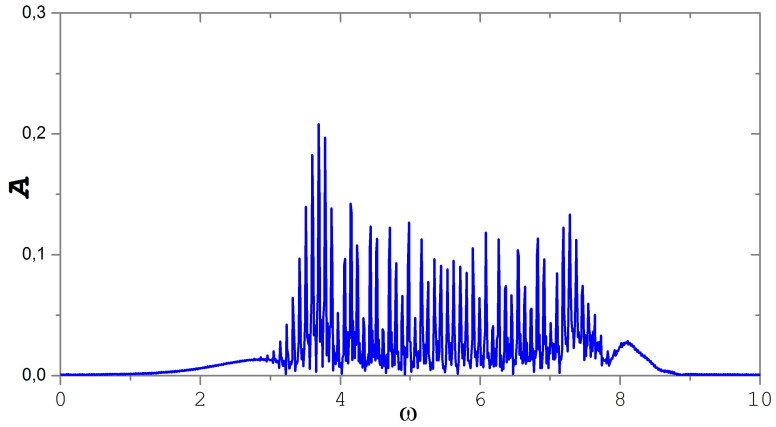


Рисунок 3.8: Фурье спектр колебаний функции тока в фиксированной точке. Gs = 5000, r = 2.444. Режим модулированной бегущей волны

ся большим значением частоты осцилляций $\omega_{hi} = 8.09$ и следовательно фазовой скоростью бегущей волны $v_{ph} = \omega/k$.

Фурье спектр решения в режиме модулированной бегущей волны (рис. 3.8, r = 2.444) содержит широкий спектр частот $\Delta\omega = \omega_{hi} - \omega_{low}$. Наибольшая частота в этом решении такая же, как частота колебаний в режиме бегущих волн со слабонелинейным распределением концентрации.

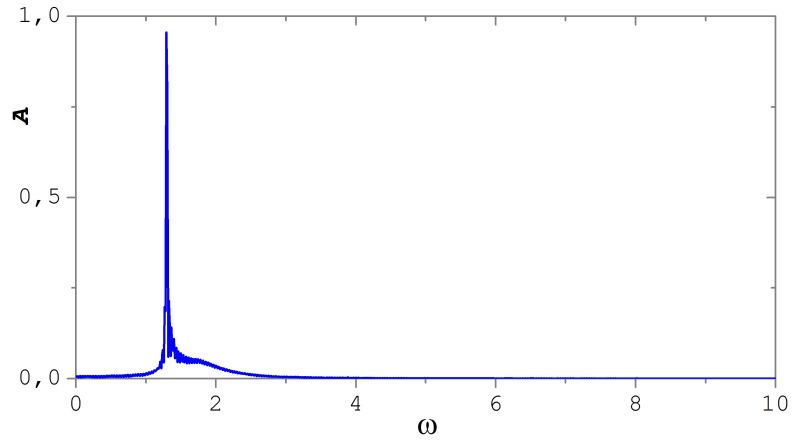


Рисунок 3.9: Фурье спектр колебаний функции тока в фиксированной точке. Gs $= 5000$, r $= 2.450$. Режим сильнонелинейной бегущей волны

Фазовая скорость в режиме сильнонелинейных бегущих волн TW-SN (рис. 3.9) много меньше фазовой скорости в режиме бегущих волн со слабонелинейным распределением концентрации и Фурье спектр содержит только одну низкую частоту ω_{low} (рис. 3.9, $r = 2.450$). Эта частота примерно в шесть раз меньше, чем в TW-WN режиме.

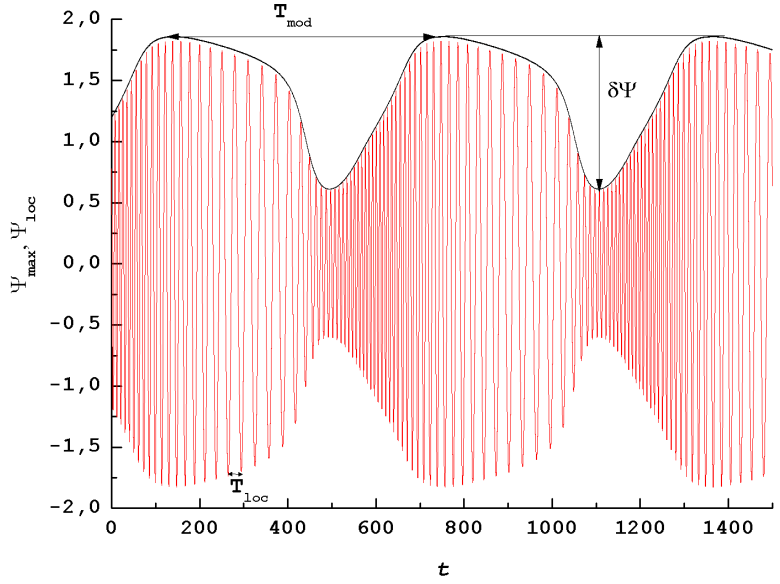


Рисунок 3.10: $r = 2.442$, Gs $= 5100$: Поведение максимального и локального значений функции тока осредненной скорости $\Psi_l = \Psi(x = L/4, z = 1/2, t)$

В режиме модулированной бегущей волны MTW горизонтальная координата x_{max} точки, в которой достигается максимальное значение функции тока Ψ_{max} (рис. 3.6 а)) перемещается через расчетную область от одной боковой границы к другой (слева-направо или в обратную сторону). Фазовая скорость бегущей волны пропорциональна тангенсу угла наклона линии зависимости координаты Ψ_{max} от времени на рис. 3.6 а).

На рис. 3.6 видно, что бегущая волна является модулированной по фазе и амплитуде, поскольку фазовая скорость и амплитуда функции тока изменяются периодически со временем. Наибольшее значение фазовой скорости, характеризующей горизонтальное движение волны, соответствует минимальному значению функции тока и следовательно наиболее слабому конвективному перемешиванию. С другой стороны рост функции тока отражает усиление конвективного перемешивания и уменьшение фазовой скорости.

Изменение числа Гершуни приводит к изменению формы модуляции, что видно из сравнения рис. 3.6 б и рис. 3.10. Период модуляции T_{mod}, по крайней мере, на порядок больше периода колебаний в режие бегущей волне T_{loc} (3.10). Поведение глубины модуляции $\delta\Psi = \Psi_1 - \Psi_2$ и периода модуляции волны T_{mod} в области существования модулированной бегущей волны при $\mathrm{Gs} = 5000, 5100, 5200$ представлено на рис. 3.11 а), б). Рост эффективного числа Релея приводит к увеличению глубины модуляции $\delta\Psi$, период модуляции при этом изменяется немонотонным образом, причем его минимум достигается внутри области существования бегущей волны.

Типичные распределения полей концентрации для различных конвективных решений представлены на рис. 3.12 изолиниями $C(x, z)$ в левой крайней точке области существования режима TW-WN бегущей волны со слабонелинейным распределением концентрации (рис. 3.12 а), r=2.438, точка A на бифуркационной диаграмме 3.5) поле концентрации определяется первой пространственной гармоникой, также как и поля температуры и функции тока.

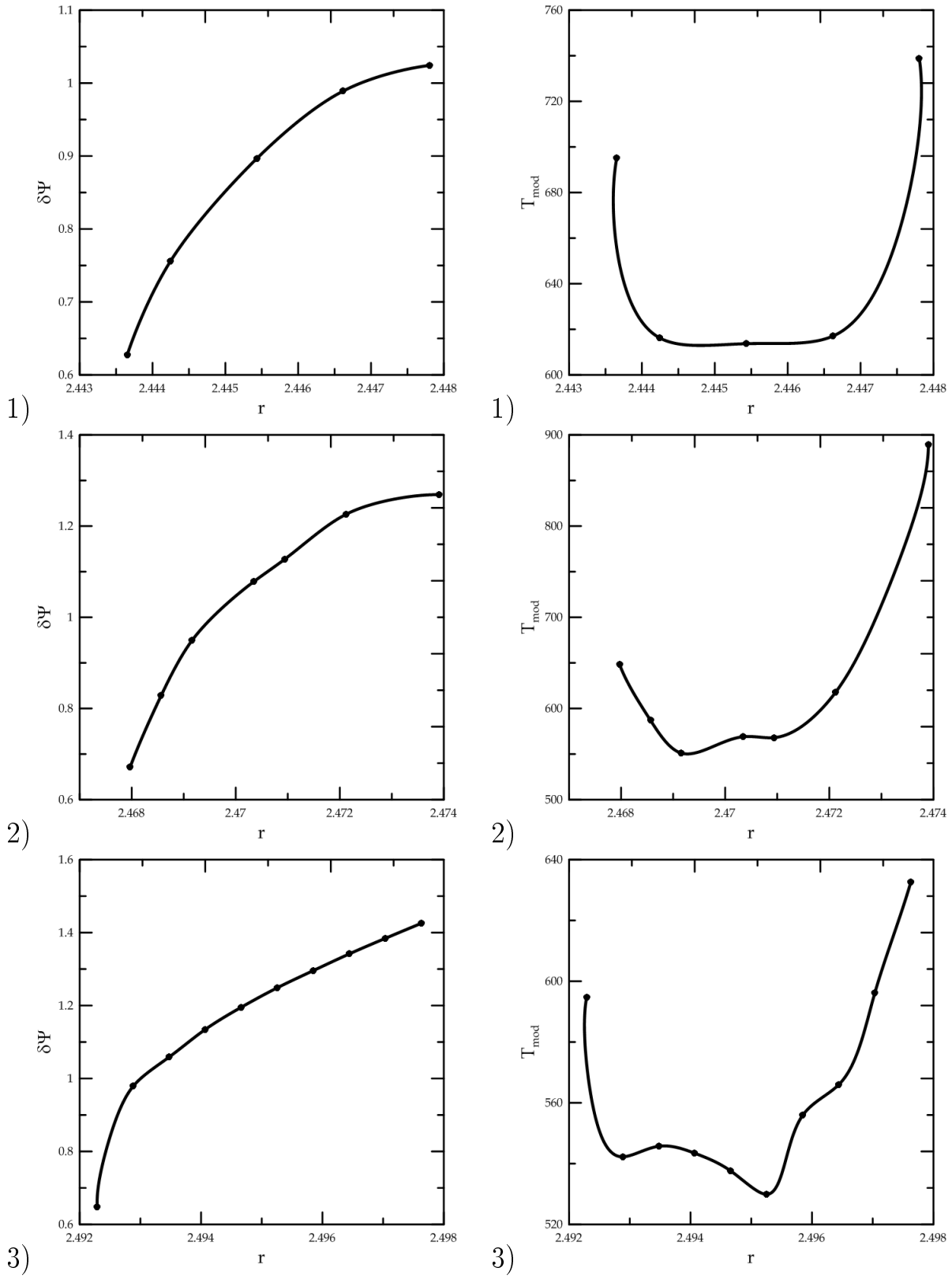


Рисунок 3.11: Поведение а) глубины модуляции и б) периода модуляции T_{mod} в области существования модулированной бегущей волны 1)Gs = 5000, 2)Gs = 5100, 3)Gs = 5200

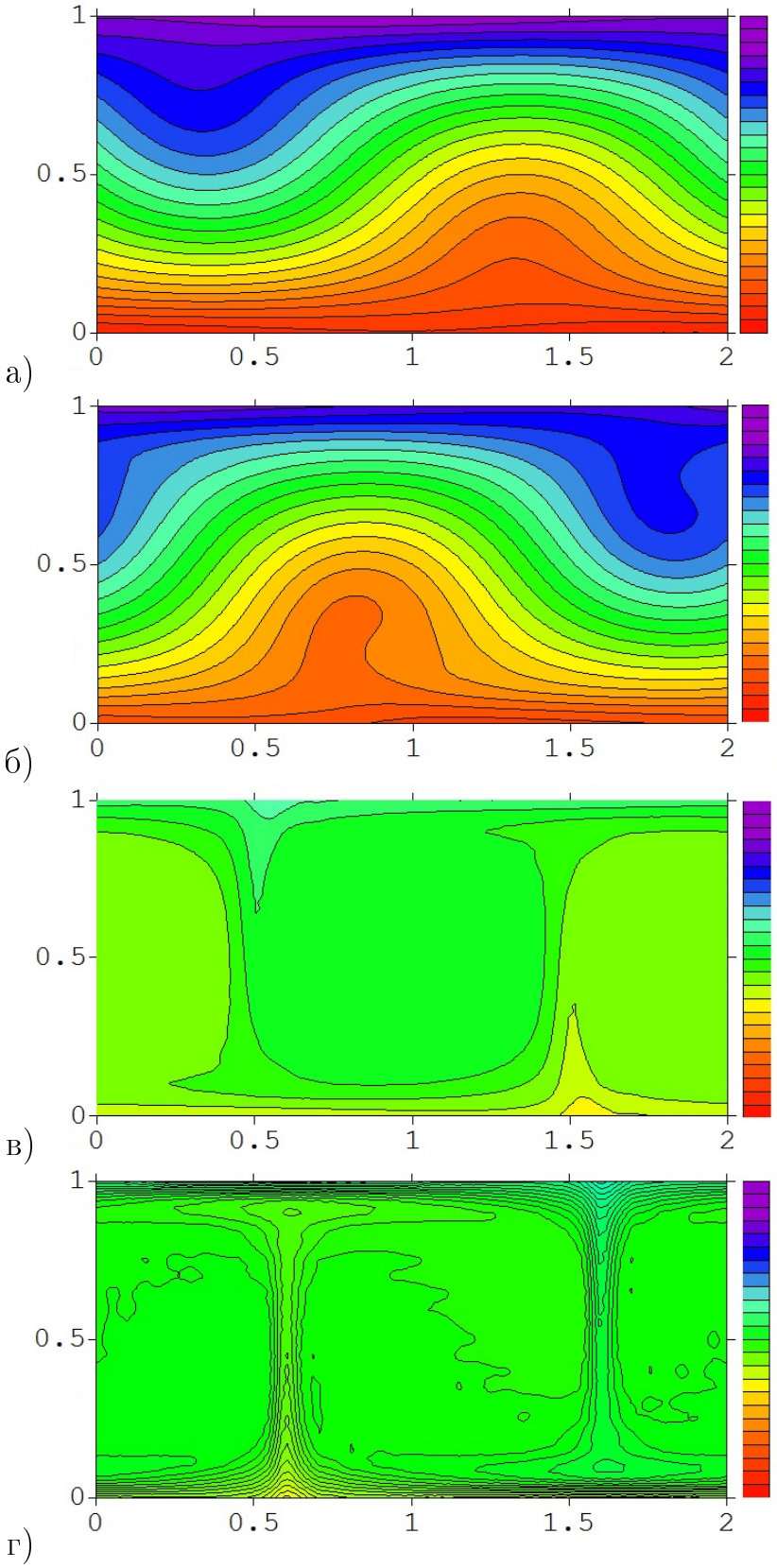


Рисунок 3.12: Изолинии концентрации, соответствующие режимам слабонелинейных бегущих волн а) r = 2.438, б) r = 2.441, в) сильнонелинейных бегущих волн TW-SN при r = 2.450, г) стационарной конвекции SOC при r = 2.488. Gs = 5000, $\varepsilon = -0.25$, Le = 0.01, Pr = 10

Внутри области существования режима TW-WN рост r изменяет сойства течений: пространственный ангармонизм проявляет себя в концентрационном поле (рис. 3.12 б), r=2.441, точка B на бифуркационной диаграмме). Для режима сильнонелинейной волны распределение концентрации содержит большие концентрационные градиенты в узких погранслоях между конвективными валами и вблизи горизонтальных границ (рис. 3.12 в), r=2.450, точка C на бифуркационной диаграмме).

В решении, описывающем стационарную конвекцию, (рис. 3.12 г, r=2.450, точка D на бифуркационной диаграмме) концентрационное поле демонстрирует зеркальную симметрию между конвективными валами, вращающимися в противоположные стороны.

На рис. 3.13 представлена карта конвективных режимов на плоскости (r, Gs). Из нее видно, что рост вибрационного параметра ведет к увеличению характерного значения критического параметра r^* (граница режимов сильно-нелинейных бегущих волн TW–SN и стационарной конвекции SOC).

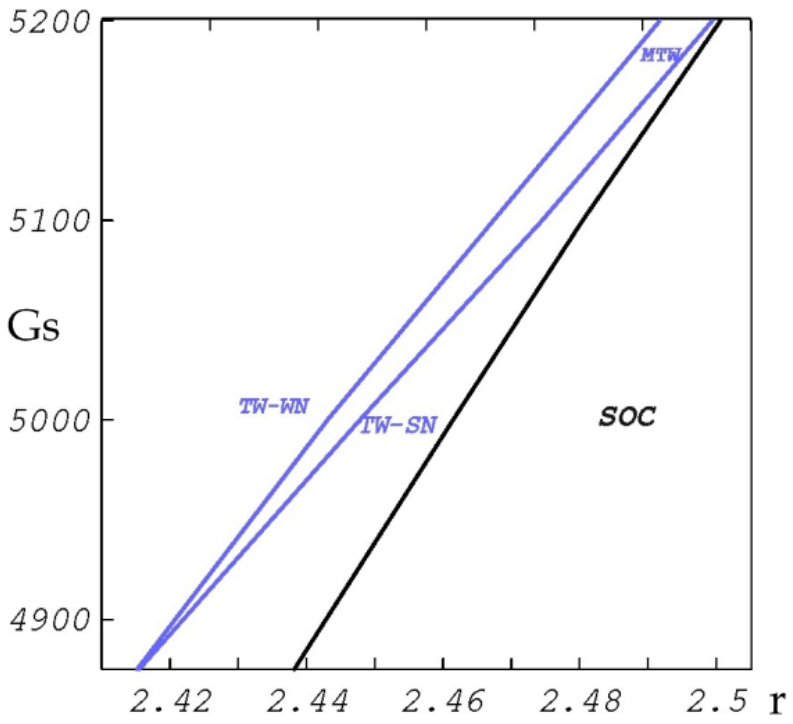


Рисунок 3.13: Границы режимов стационарной конвекции и бегущих волн

В дополнение к этому с ростом вибрационного параметра увеличивается интервал существования устойчивых модулированных бегущих волн r_{MTW}.

Оценим численные значения физических параметров и характеристик вибрационного воздействия, которые могут быть полезны при экспериментальной проверке. Чтобы достичь типичных значений числа Гершуни $\mathrm{Gs} = 5100$ и числа Релея $\mathrm{Ra} = 1686 \cdot \mathrm{r} = 1686 \cdot 2.47 = 4160$, принадлежащих области существования модулированных бегущих волн MTW (рис. 3.13). Рассмотрим 8% раствор этанола в воде при средней температуре $28°C$. Такой раствор обладает следующими физическими параметрами $\beta_T = 2.8 \cdot 10^{-4}\mathrm{K}^{-1}$, $\nu = 1.14 \cdot 10^{-6}\mathrm{м}^2/c$, $\chi = 1.14 \cdot 10^{-7}\mathrm{м}^2/c$, [44]. Используя вибрации амплитудой 79 мм и частотой 12 Гц [68], толщину слоя $h = 3$ мм и разность температур $\Theta = 7.3K$ можно достичь параметров задачи из области существования бегущей волны.: числа Гершуни $\mathrm{Gs} = 5100$ и числа Релея $\mathrm{Ra} = 4160$.

3.5 Основные итоги третьей главы

– Для горизонтального слоя бинарной смеси, находящейся в поле вертикальных высокочастотных вибраций, получено приближенное аналитическое выражение, демонстрирующее, что рост числа Гершуни (вибрационного числа Релея) приводит к линейному росту порога колебательной конвекции, в то время как частота нейтральных колебаний не зависит от величины вибрационного воздействия. Полученное аналитическое решение позволяет пересчитывать пороги конвекции бинарной смеси в поле вертикальных высокочастотных вибраций, по известным значениям порогов конвекции в статическом случае.

– Показано, что направленные вертикально высокочастотные вибрации малой и умеренной интенсивности не меняют качественно бифуркационную диаграмму конвективных режимов бинарной смеси с отрицательной термодиффузией. Рост интенсивности вибраций смещает границы области существования бегущих волн в область больших значений эффективного числа Релея.

– Обнаружено, что вертикальные вибрации высокой интенсивности качественным образом меняют вид бифуркационной диаграммы конвективных решений. Под действием таких вибраций режим со слабонелинейным распределением концентрации примеси становится устойчивым. Этот результат аналогичен вибрационной стабилизации маятника Капицы в его верхнем положении.

– Кроме того, найден новый режим – модулированных бегущих волн, в котором волна оказывается модулирована как по амплитуде, так и по фазе. Доказано, что внутри интервала существования модулированной бегущей волны рост интенсивности теплового воздействия (числа Релея) при фиксированном уровне вибраций увеличивает глубину модуляции волны. Период модуляции волны при этом изменяется немонотонным образом.

– Границы области существования режимов модулированных и сильно-нелинейных бегущих волн, а также стационарной конвекции найдены на плоскости число Релея–число Гершуни.

Глава 4

Конвективные течения коллоидной суспензии в наклонной замкнутой ячейке

В данной главе изучены и проанализированы особенности конвективных течений коллоидной суспензии, заполняющей замкнутую полость, наклоненную к горизонту под небольшим углом и нагреваемую со стороны нижней границы. Рассмотрено взаимодействие гравитационной стратификации частиц и конвективного переноса. Определены режимы течений, реализующихся при различной интенсивности нагрева и различных углах наклона слоя.

В первом параграфе дана постановка задачи и в рамках приближения Буссинеска записана система уравнений для тепловой конвекции коллоидной суспензии, во втором обсуждается численный метод и характеристики нелинейных волновых режимов.

В третьем параграфе приведены бифуркационные диаграммы и проанализированы характеристики различных конвективных решений: бегущих волн; волн, меняющих направление движения в конвективной ячейке и нерегулярных колебательных процессов. В четвертом параграфе обсуждается влияние угла наклона ячейки на изменение характера бифуркационных диаграмм и количества различных режимов течений.

4.1 Постановка задачи

Рассматрим конвективное течение в наклонной замкнутой ячейке (толщина ячейки h и длина $4h$), заполненной коллоидной суспензией (Рис.4.1). Все границы ячейки твердые. На них отсутствует проскальзывание жидкости. Кроме того, предполагаем, что границы идеально теплопроводные и непроницаемы для компонент смеси. Конвективная ячейка находится в поле тяжести Земли с ускорением $\mathbf{g} = -g\mathbf{n}$ ($\mathbf{n}$-единичный вектор, направленный вверх) и наклонена под малым углом ($\alpha \leqslant 10^{\circ}$) к горизонтали. Наночастицы коллоидной суспензии достаточ-

но велики, чтобы сформировать гравитационно-индуцированное концентрационное распределение. Ось x декартовой системы координат направлена вдоль длинной границы полости, ось z – параллельно боковым границам (Рис.4.1). За счет различной температуры, поддерживаемой на

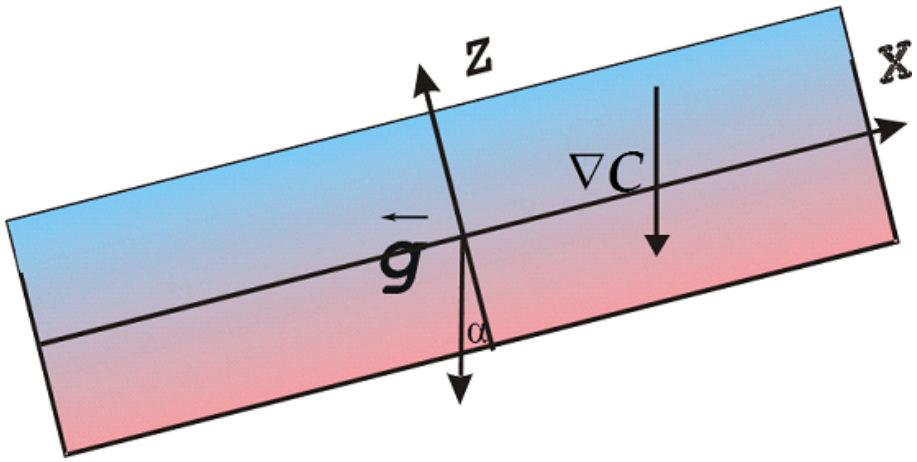


Рисунок 4.1: Постановка задачи для наклонного слоя

границах: $T(z=0)=\Theta/2, T(z=h)=-\Theta/2$, возникает градиент температуры. В этом случае нарушены условия существования механического равновесия коллоидной суспензии [17], в среде возникает конвективное течение.

Будем считать, что все коэффициенты переноса, такие как вязкость жидкости ν, коэффициент температуропроводности χ и коэффициент диффузии D постоянны.

В качестве примера коллоидной суспензии рассматривается смесь наночастиц оксида аллюминия (Al_2O_3) с диаметром (d=20 нм), средней объемной долей (C_*=1.31 %) [122]. При этом плотность частиц ρ_s, а плотность жидкости-носителя – ρ_f.

Уравнение состояния смеси записывается в виде:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_T T + \beta_C \delta C), \tag{4.1}$$

где T и $\delta C = C - C_0$ обозначают отклонение температуры и концентрации тяжелой компоненты от их среднего значения T_0 и C_0 соответственно и ρ_0- плотность смеси при средних значениях температуры и концентрации. В отличие от рассмотрения конвекции молекулярных бинарных

смесей, при рассмотрении конвекции коллоидной суспензии в качестве концентрации традиционно рассматривается C– концентрация тяжелой компоненты смеси. При этом справедливо неравенство $\beta_C = \frac{1}{\rho_0}(\frac{\partial \rho}{\partial C}) > 0$. Кроме того, как будет показано ниже, в граничные условия для потока массы входят не только пространственные производные от концентрации, но и сама концентрация примеси. Чтобы избежать ошибок, в этой главе будем обозначать отклонение от среднего значения концентрации δC.

Основные уравнения для эволюции скорости $\mathbf{v}$, температуры T и концентрации C представляют собой уравнения тепловой конвекции коллоидной суспензии в приближении Буссинеска [99]. При записи уранений в безразмерной форме традиционно использовались следующие масштабы: длины – толщина ячейки h, времени – h^2/χ, скорости – χ/h, температуры – Θ, давления – $\rho_0 \nu \chi / h^2$ и $C_* h / l_{sed}$ для концентрации ($l_{sed} = k_B T_* / \Delta \rho V g$– длина седиментации), k_B– постоянная Больцмана, $\Delta \rho = \rho_s - \rho_f$ и V– объем частиц.

Система уравнений конвекции после обезразмеривания принимает вид:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \mathrm{Pr}\Delta \mathbf{v} + \mathrm{Pr}(\mathrm{Ra}T - \mathrm{B}\delta C)\mathbf{n}, \\
\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T = \Delta T, \\
\mathbf{n} = (\sin\alpha, 0, \cos\alpha), \\
\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)C = \mathrm{Le}\left(\Delta C + \frac{1}{l}\left(\frac{\partial C}{\partial z}\cos\alpha + \frac{\partial C}{\partial x}\sin\alpha\right)\right), \\
\mathrm{div}\,\mathbf{v} = 0,
\end{gathered} \tag{4.2}$$

где p- давление.

Система уравнений (4.2) содержит следующие безразмерные параметры $\mathrm{Ra} = g\beta_T \Theta h^3/\nu\chi$, $\mathrm{B} = g\beta C_* h^4/(\nu\chi l_s ed)$, $\mathrm{Pr} = \nu/\chi$, $\mathrm{Le} = D/\chi$, $l = l_{sed}/h$ – число Релея, число Больцмана (барометрическое число) [99], число Прандтля, число Льюиса и безразмерная длина седиментации, соответсвенно.

Граничные условия, соответстующие случаю отсутствия проскальзывания на непроницаемых для коллоидной суспензии и изотермических

длинных границах ячейки, записываются в виде:

$$\mathbf{v}(x,0) = \mathbf{v}(x,1) = 0,$$

$$T(x,0) = 0.5, T(x,1) = -0.5. \tag{4.3}$$

Перпендикулярный границам поток вещества должен обращаться в ноль, что дает на длинных границах ячейки (при z=0,1) условие:

$$\frac{\partial C}{\partial z} + \frac{C}{l}\cos\alpha = 0. \tag{4.4}$$

Граничные условия на боковых стенках имеют другую форму

$$\mathbf{v}(x=0,z) = \mathbf{v}(x=A_r,z) = 0,$$

$$T(x=0,z) = T(x=A_r,z) = 0.5 - z. \tag{4.5}$$

При x=0,A_r

$$\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{C}{l}\sin\alpha = 0, \tag{4.6}$$

где A_r - аспектное соотношение, которое в нашем случае равно четырем.

4.2 Численное решение и пространственно-временные характеристики решений

Для численного решения задачи конвекции в виде валов с осями, ориентированными вдоль оси y, вводятся функция тока $\Psi(x,z,t)$ и завихренность $\varphi(x,z,t)$:

$$\upsilon_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad \upsilon_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \varphi = (\mathrm{rot}\,\mathbf{v})_y. \tag{4.7}$$

Постановка задачи в терминах скалярных полей Ψ, φ, T, C записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \mathrm{Pr}\Delta\varphi - \mathrm{Pr}\left(\mathrm{Ra}\frac{\partial T}{\partial x} - \mathrm{B}\frac{\partial C}{\partial x}\right),$$

$$\Delta\Psi = \varphi,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial z} = \Delta T, \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(C\frac{\partial \Psi}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(C\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)=\mathrm{Le}\left(\Delta C+\frac{1}{l}\left(\frac{\partial C}{\partial z}\cos\alpha+\frac{\partial C}{\partial x}\sin\alpha\right)\right).$$

Эти уравнения дополняются граничными условиями для функции тока:

$$z=0,1;\Psi=0,\frac{\partial \Psi}{\partial z}=0,$$
$$x=0,A_r;\Psi=0,\frac{\partial \Psi}{\partial x}=0, \qquad (4.9)$$

граничными условиями для температуры (4.3, 4.5) и концентрации (4.4, 4.6).

Задача о нелинейной эволюции конвективных течений решалась с помощью использования методов конечных разностей и контрольного объема [123]. Пространственные производные в уравнениях движения и теплопроводности были апроксимированы центральными разностями. Конечно-разностная апроксимация уравнений концентрации из системы уравнений (4.8) должна удовлетворять закону сохранения массы, что достигается с помощью консервативной формы уравнения и его аппроксимации методом контрольного объема [123].

Для реализации процедуры область, в которой проводится расчет, делится на элементарные объемы таким образом, что узлы расчетной сетки попадают в центры этих объемов (рис .4.2). Масса примеси $M = C \times V$ в контрольном объеме V (где C– концентрация примеси) может измениться только за счет разницы втекающих q_w, q_sи вытекающих потоков q_e, q_n через ее границы.

$$\Delta M = C^{t+\Delta t}\times V - C^t \times V = (q_w - q_e)\frac{h_z}{2} + (q_s - q_n)\frac{h_x}{2}. \qquad (4.10)$$

Значения потоков берутся между узловыми точками на границе объема. Полный поток через грани контрольного объема включает в себя диффузионный, конвективный и седиментационный потоки. Индексами w, e, s, n обозначены западный,восточный, южный и северный потоки (см. рис. 4.2).

Значения всех функций на границе объемов, которые расположены между узлами расчетной сетки, определялись с помощью линейной

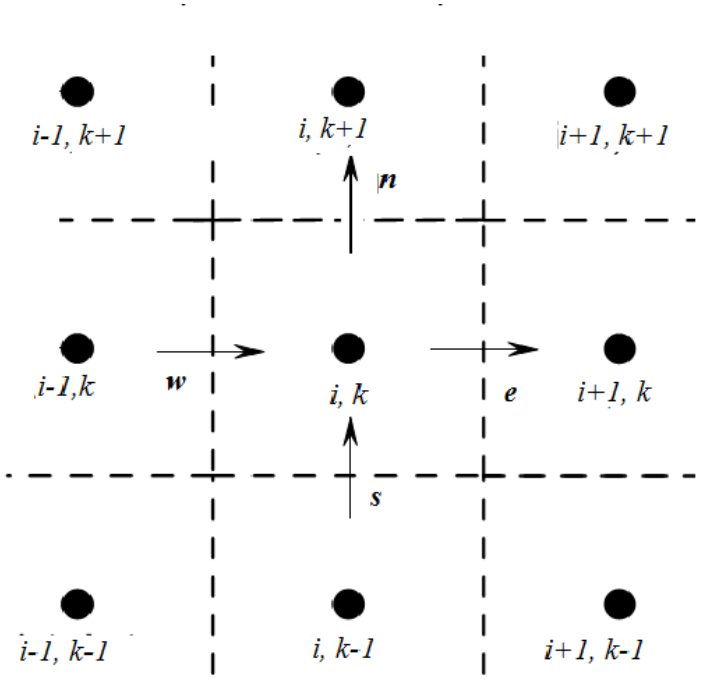


Рисунок 4.2: Иллюстрация применения метода контрольного объема

интерполяции по двум соседним точкам. Поскольку скорость связанна с функцией тока соотношениями (4.7), то, к примеру, $v^w_{i,k}$ и $v^s_{i,k}$ определяются по формулам аппроксимации производных центральными разностями:

$$v^w_{i,k} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Psi_{i,k+1} - \Psi_{i,k-1}}{2h_z} + \frac{\Psi_{i-1,k+1} - \Psi_{i-1,k-1}}{2h_z}\right),$$
$$v^s_{i,k} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\Psi_{i+1,k} - \Psi_{i-1,k}}{2h_x} + \frac{\Psi_{i+1,k-1} - \Psi_{i-1,k-1}}{2h_x}\right). \qquad (4.11)$$

Поток концентрации $\boldsymbol{j}$ записывается с помощью соотношения:

$$\boldsymbol{j} = \boldsymbol{v}C - \mathrm{Le}\left(\nabla C + \frac{C}{l}\mathbf{n}\right), \qquad (4.12)$$

в котором проекции слагаемого ∇C на оси координат в точках между узлами сетки аппроксимируются центральными разностями . Например, для производной по x получим:

$$\frac{\partial C}{\partial x}\Big|_{(i+1/2,k)} = \frac{C_{i+1,k} - C_{i,k}}{h_x}. \qquad (4.13)$$

Таким образом, конечно-разностная аппроксимация потоков имеет вид:

$$q^w_{i,k} = \left(v^w_{i,k} - \mathrm{Le}\,\frac{\sin\alpha}{l}\right)\frac{(C_{i,k} + C_{i-1,k})}{2} - \mathrm{Le}\frac{C_{i+1,k} - C_{i,k}}{h_x}, \qquad (4.14)$$

$$q^s_{i,k} = \left(v^s_{i,k} - \mathrm{Le}\,\frac{\cos\alpha}{l}\right)\frac{(C_{i,k} + C_{i,k-1})}{2} - \mathrm{Le}\frac{C_{i,k} - C_{i,k-1},}{h_z} \tag{4.15}$$

$$q^e_{i,k} = -q^w_{i+1,k}, \tag{4.16}$$

$$q^s_{i,k} = -q^n_{i,k+1}. \tag{4.17}$$

Отметим, что использование соотношений (4.16) и (4.17) сокращает число вычислений.

На каждом шаге по времени проводился расчет потоков q_w, q_s, q_e, q_n по формулам (4.14)-(4.17), а затем находились значения концентрации на новом временном шаге:

$$C^{n+1} = C^n + \Delta t[h_x(q^w - q^e) + h_z(q^s - q^n)], \tag{4.18}$$

Граничные условия были получены разложением (4.4, 4.6) в ряд Тейлора с точностью до h_x^2, h_z^2, что соответствует порядку аппроксимации во внутренних точках. Таким образом, данный подход сохраняет второй порядок точности. Это позволяет избежать возникновения большой сеточной диффузии.

Метод контрольного объема относится к консервативной схеме: для конечно-разностных уравнений выполняются интегральные законы сохранения, которым подчинялись уравнения в частных производных. В отличие от случая использования неконсервативных схем, при котором может генерироваться дополнительная масса примеси, в консервативной схеме данная ошибка минимальна, что особенно важно для задач с сохраняющейся массой примеси.

Для решения уравнения Пуассона использовался метод рядов Фурье, который по сравнению с итерационными методами обеспечивает большую точность для нестационарных решений, и более эффективен по затратам времени при больших расчетных сетках. Это достигается за счет применения алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Программа была проверена на задачах о конвекции однородной жидкости и смеси спирт-вода, а также конвекции коллоидной суспензии в горизонтальной ячейке. Полученные в ходе тестирования результаты хорошо согласуются с известными из литературы данными в общих областях значений управляющих параметров.

Для наших расчетов мы выбрали ячейку с соотношением сторон $A_r = 4$ и сеткой 257×65. Для проверки расчетов также проведено несколько расчетов на сетке размером 385×96, которые подтверждают результаты, полученные на сетке 257×65.

Для анализа конвективных процессов использовались следующие характеристики:
1) Максимальное значение функции тока в сечении x-z, перпендикулярном оси валов, которое определяется в каждый момент времени:

$$\Psi_{max}(t) = max_{x,z}\Psi(x, z, t). \tag{4.19}$$

2) локальное значение функции тока – значение функции тока в некоторой заданной точке x_0, z_0

$$\Psi_{loc}(t)(x_0 = A_r/4, z_0 = 1/2, t). \tag{4.20}$$

Также в различные моменты времени отслеживалось положение узлов поля вертикальной скорости $\upsilon_z(z = 1/2; x; t)$ в сечении, проведенном на середине высоты слоя. Эволюция положения этих узлов со временем показана в дальнейшем на характеристических плоскостях. Отметим, что эти узлы в соответствии с первым соотношением из уравнений (4.7) соответсвуют экстремумам функции тока $\Psi(x, z = 1/2)$: производная функции обращается в ноль, там где $\upsilon_z(z = 1/2; x) = 0$. Для изучения изменения спектра частот колебаний системы, проводился анализ Фурье колебаний функции тока в фиксированной точке ячейки. Разложение Фурье используется для анализа сложных бифуркационных и пространственно-временных свойств нелинейных течений, вызванных взаимодействием конвективного перемешивания жидкости и гравитационной стратификации.

Среди всех узлов поля вертикальной скорости в сечении, проведенном на середине высоты слоя, можно выделить узел, в котором функция тока приобретает максимальное значение, будем также следить за эволюцией координаты этой точки во времени: $x_{\Psi_{max}}(t)$, которая удовлетворяет условию $\Psi(x_{\Psi_{max}}, z = 1/2, t) = \Psi_{max}(t)$.

Чтобы описать интенсивность конвективного теплопереноса, будем использовать усредненный по времени тепловой поток на единицу длины нижней границы конвективной ячейки (число Нусельта):

$$\mathrm{Nu} = \frac{1}{t_{end}} \int_0^{t_{end}} \left(\frac{1}{A_r} \int_0^{A_r} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) dx \right) dt = 0, \qquad (4.21)$$

Набор безразмерных параметров, используемых при расчетах, выбран типичным для коллоидной суспензии: число Льюиса $\mathrm{Le} = 1.5 \times 10^{-4}$, число Прандтля Pr=10, число Больцмана $\mathrm{B} = 1.68 \times 10^4$, l=5.6 [122].

4.3 Бифуркационные диаграммы и свойства волновых режимов

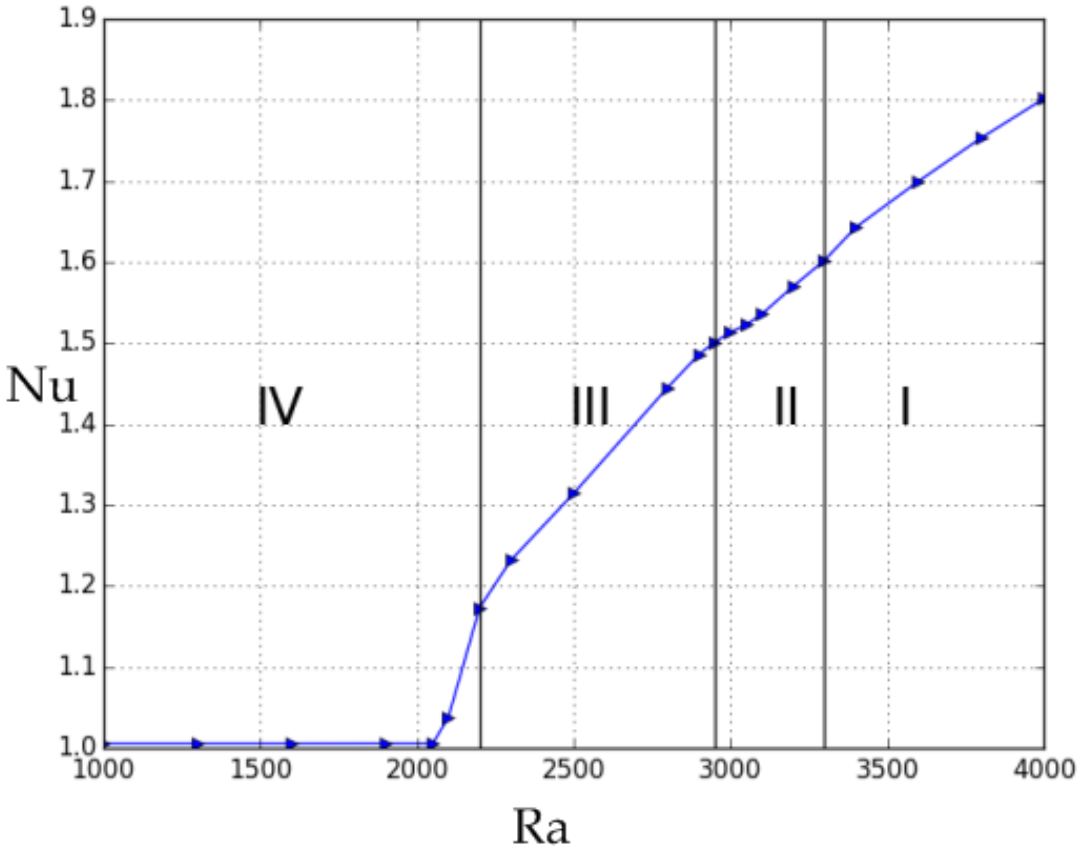


Рисунок 4.3: Бифуркационная диаграмма конвективных режимов ($\alpha = 5°$). Параметры: $\mathrm{Le} = 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, $\mathrm{B} = 1.68 \times 10^4$, l=5.6

Гравитационная и термодиффузионная стратификация коллоидной суспензии может порождать волновые режимы конвекции (режимы бегущих волн), которые были исследованы в горизонтальном слое [100], ячейке Хеле-Шоу [12], замкнутой горизонтальной ячейке [103].

В нашем случае конвективная ячейка наклонена к горизонту, что должно изменить характер волновых конвективных течений.

Рассмотрим сначала случай угла наклона слоя $\alpha = 5°$. На рис. 4.3 представлена бифуркационная диаграмма Nu(Ra) различных конвективных режимов, полученных в результате численного моделирования. Она представлена в виде зависимости числа Нусельта от числа Релея. Известно, что в наклонном слое механическое равновесие жидкости, в том числе и коллоидной суспензии невозможно [17]. Конвективные потоки появляются и существуют в слое, при очень малой разнице температур на ее границах.

Рассмотрим свойства конвективных решений, начиная с режима бегущих волн (TW) при больших числах Релея и переходя к более сложному колебательному поведению коллоидной суспензии, наблюдаемому при меньшей интенсивности теплового воздействия и следовательно конвективного перемешивания.

4.3.1 Режим модулированных бегущих волн

В интервале I на рис. 4.3 (Ra>3300) наблюдается режим модулированных бегущих волн. Об этом можно судить на основе результатов анализа поведения максимальной и локальной функции тока, спектрам колебаний локальной функции тока, а также поведению узлов вертикальной скорости на характеристической плоскости. Например, при Ra=3800 локальная функция тока Ψ_{loc} колеблется периодическим образом (рис. 4.4).

Спектр Фурье этих колебаний $\Psi_{loc}(t)$ показан на рис. 4.5 и состоит из нескольких гармоник. Главная из них $\nu_{osc} = 0.125$. Следующие Фурье гармоники для $\Psi_{loc}(t)$ расположены на частотах $\nu_m = m\nu_{osc}$ с целым числом m>1.

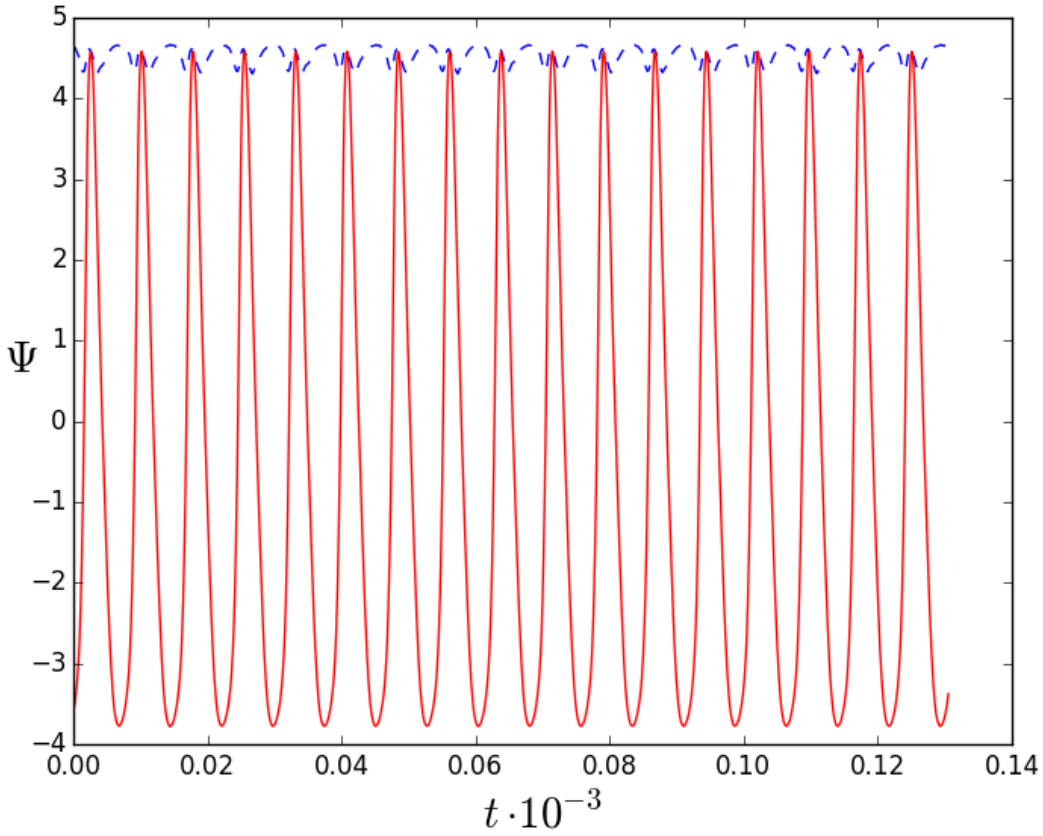


Рисунок 4.4: Зависимости Ψ_{max} (штриховая линия) и Ψ_{loc} (сплошная линия) от времени в режиме бегущих волн. Ra=3800 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

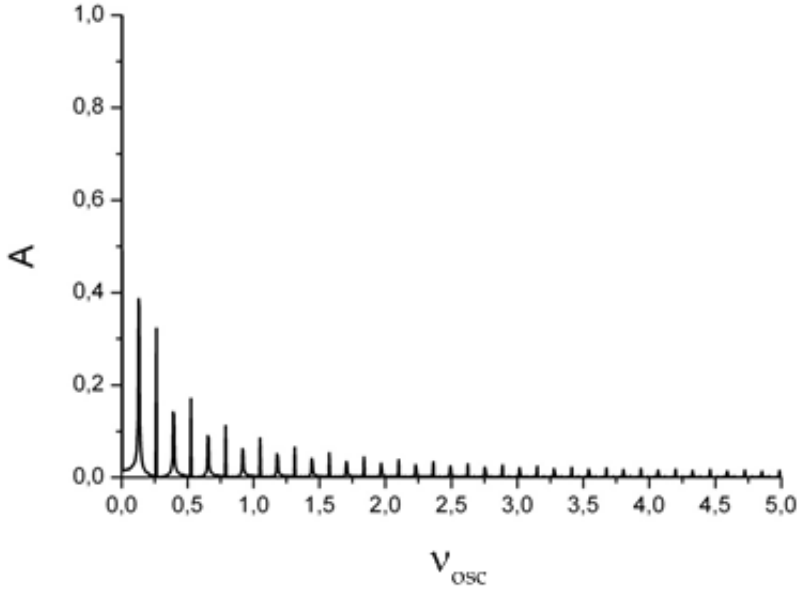


Рисунок 4.5: Спектр Фурье в режиме бегущих волн Ra=3800 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

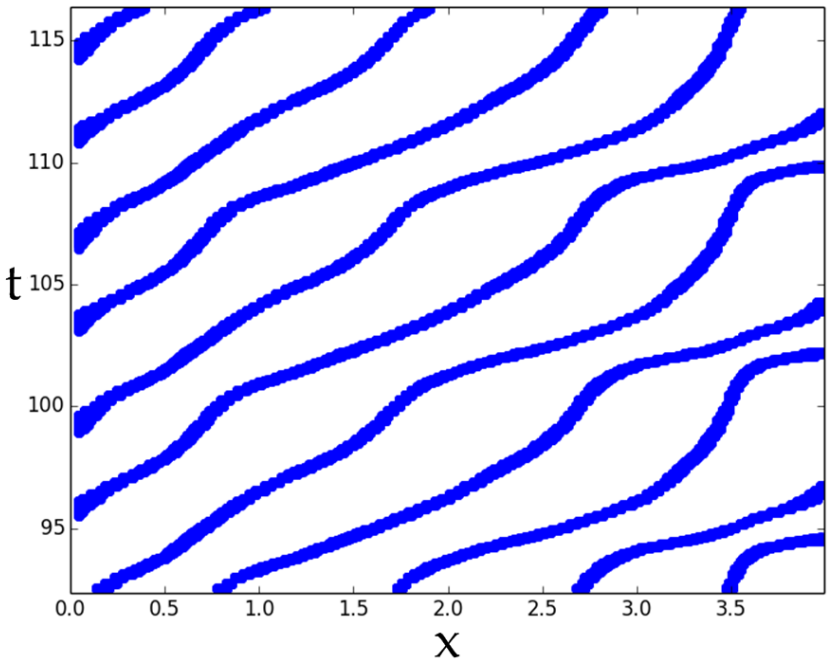


Рисунок 4.6: Поведение всех центров вихрей на характеристической плоскости в режиме бегущих волн Ra=3800 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

Максимальное значение функции тока в ячейке (штриховая линия на рис. 4.4), также периодически меняется со временем. Однако, амплитуда модуляции составляет приблизительно 5 процентов от амплитуды волны. Таким образом, бегущая волна, слабомодулирована по амплитуде.

Линии на рис. 4.6 представляют собой изменение положения центров всех вихрей, идентифицированных положением узлов вертикальной скорости на середине высоты слоя (z=1/2). Поэтому линии фиксируют движение конвективных валов вдоль длинной грани ячейки от ее нижней боковой границы к верхней (конвективные структуры движутся вдоль оси x слева– направо). Бегущая волна формируется образованием вихря вблизи левой границы ячейки и разрушаются уничтожением его на правой границе. На рис. 4.6 видно, что вихри периодически зарождаются на левой границе в моменты времени $t \simeq 96, 99, 103, 107, 111, 114$. Тангенс угла наклона траектории обратно пропорционален скорости соответству-

ющего узла. Таким образом, фазовая скорость волны в ходе ее движения меняется, волна оказывается модулирована по фазе.

Поля функции тока в различные моменты времени движения бегущей волны от левой границы к правой представлены на рис. 4.7. Каждый конвективный вихрь существует в течение ограниченного интервала времени. В разные моменты времени в конвективной ячейке присутствует структура, состоящая из 4-х или 5-ти валов. Приближаясь к правой границе, размер и интенсивность передового (головного) конвективного вала этой структуры уменьшаются. В то же время у левой границы (в хвосте структуры) формируется новый конвективный вихрь, интенсивность которого растет по мере продвижения его вглубь ячейки.

Зависимость координаты, в которой функция тока достигает максимального значения $x_{\Psi_{max}}$ от времени, позволяет определить на каком расстоянии от левой границе ячейки конветивный вихрь достигает максимального значения. Как следует из рис. 4.8 интенсивность вихря достигает максимального значения при значении координаты $x_{\Psi_{max}} \simeq 0.9$. Далее этот вихрь, оставаясь максимальным по амплитуде среди своих соседей, движется к правой границе ячейки до точки $x_{\Psi_{max}} \simeq 3.1$. Затем он начинает терять интенсивность. При этом координата вихря с максимальной функцией тока скачком смещается в точку $x_{\Psi_{max}} \simeq 0.9$, куда подходит следующий набравший интенсивность вихрь от левой границы. Как видно из рис. 4.8 этот процесс периодически повторяется.

Поле концентрации четко визуализирует образование нового вихря вблизи левой вертикальной границы и деформацию вихря, который достиг правой вертикальной границы (рис. 4.9). Наночастицы захватываются конвективными валами около левой вертикальной границы и закручиваются в спирали противоположных направлений, в соответствии с направлением движения жидкости внутри конвективного вала.

Поскольку диффузия слабая, концентрация неоднородностей сглаживается очень медленно, а спиральная структура существует внутри вихря до точки его разрушения на правой границе ячейки. Существование кластера частиц в центре вихря связано с тем, что скорость конвективного перемешивания в центре вихря близка к нулю.

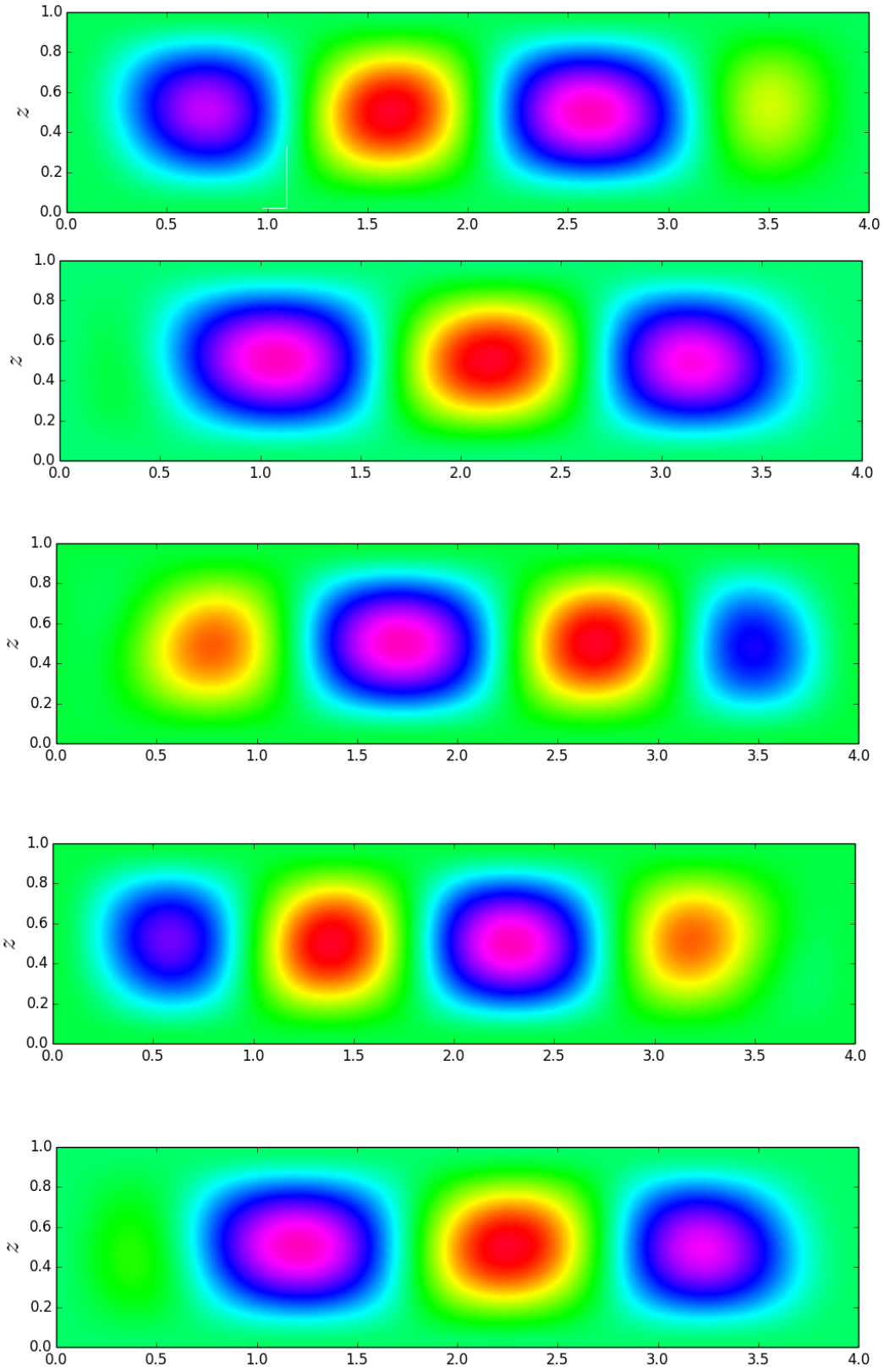


Рисунок 4.7: Поля функции тока $\Psi_{x,z}$ в различные моменты времени в режиме бегущих волн Ra=3800 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

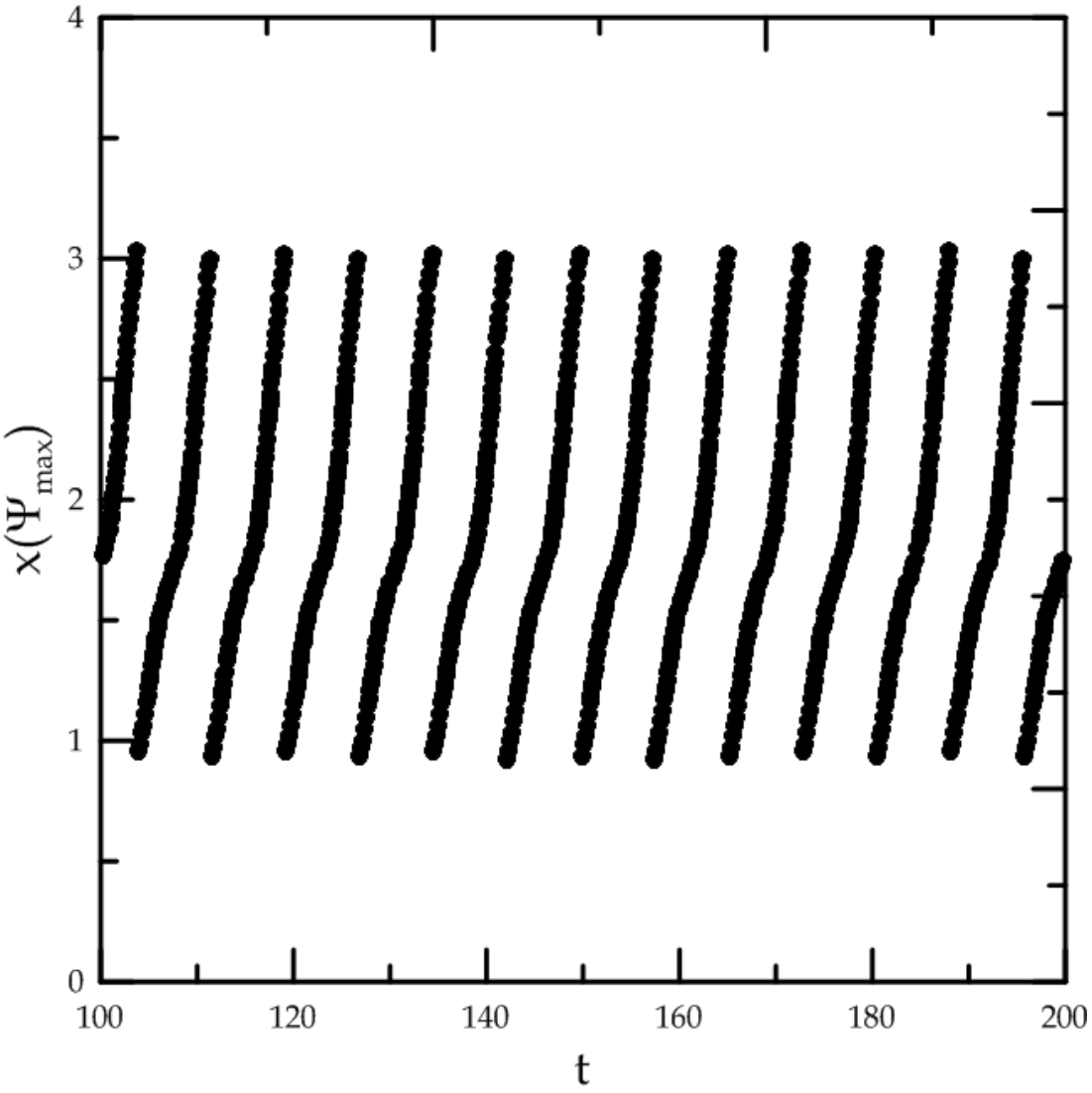


Рисунок 4.8: Зависимость x-координаты Ψ_{max} от времени в режиме бегущих волн Ra=3800 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

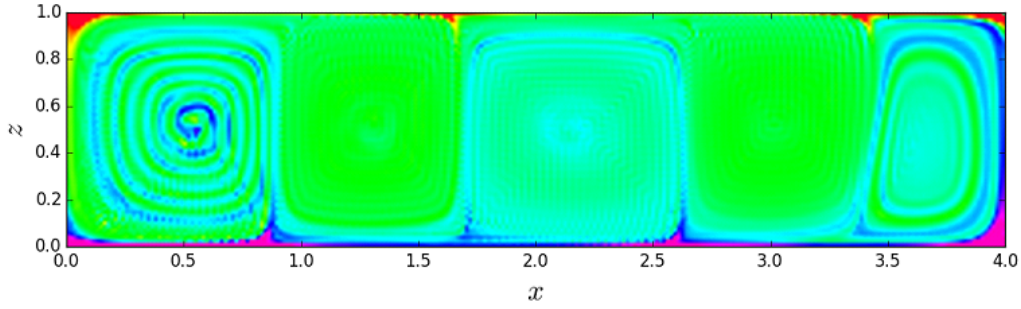


Рисунок 4.9: Модулированная бегущая волна. Поле концентрации примеси наночастиц

Зависимость главной частоты бегущей волны ν_{osc} от числа Релея показана на рис. 4.10.

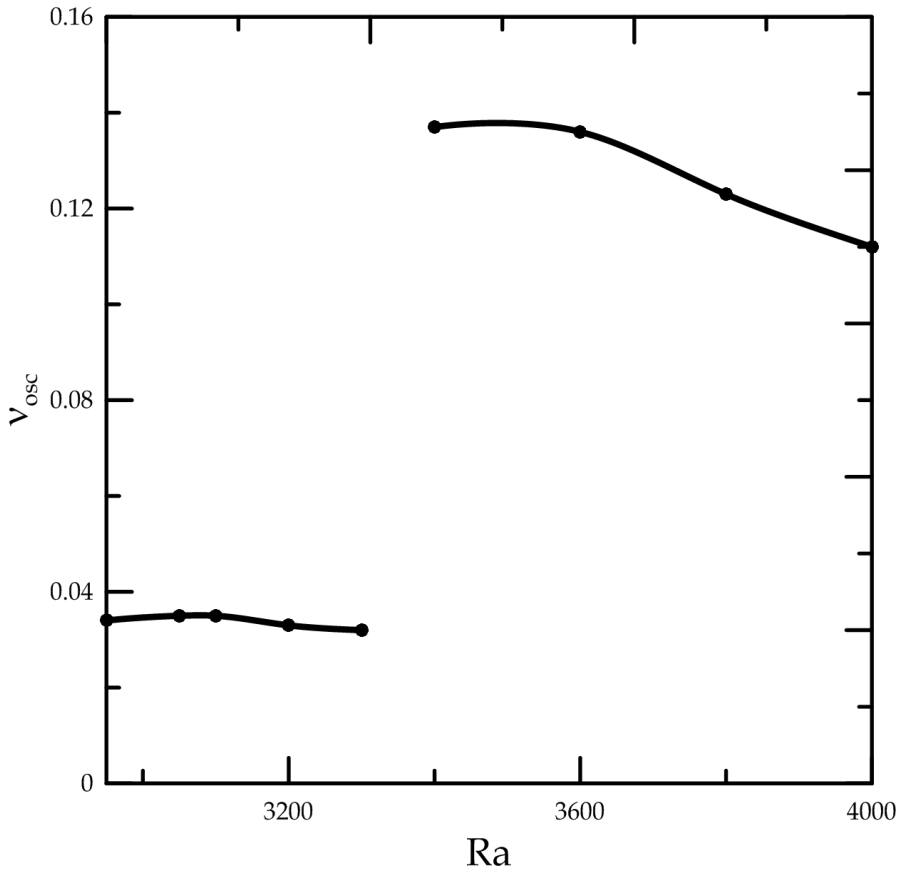


Рисунок 4.10: Зависимость главной частоты бегущей волны от числа Релея ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

4.3.2 Режим бегущих волн, меняющих направление движения

С уменьшением числа Релея частота бегущей волны постепенно увеличивается (рис. 4.10). Похожее поведение протяженных бегущих волн имеет место для молекулярной [56] или коллоидной бинарной жидкости [100], заполняющих горизонтальный слой. Это объясняется следующим образом. Чем интенсивнее конвективное перемешивание, тем более однородно распределение концентрации, тем меньше фазовая скорость бегущей волны. При достижении значения числа Релея Ra=3300 частота резко уменьшается, а характер решения изменяется.

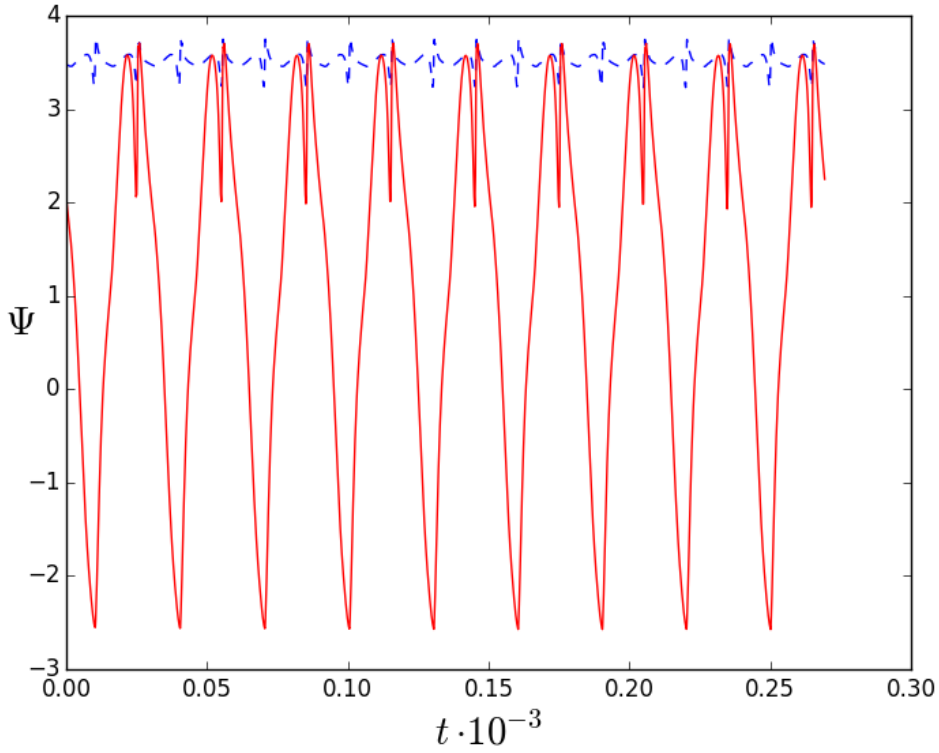


Рисунок 4.11: Ψ_{max} и Ψ_{loc} от времени в периодическом режиме Ra=3100 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

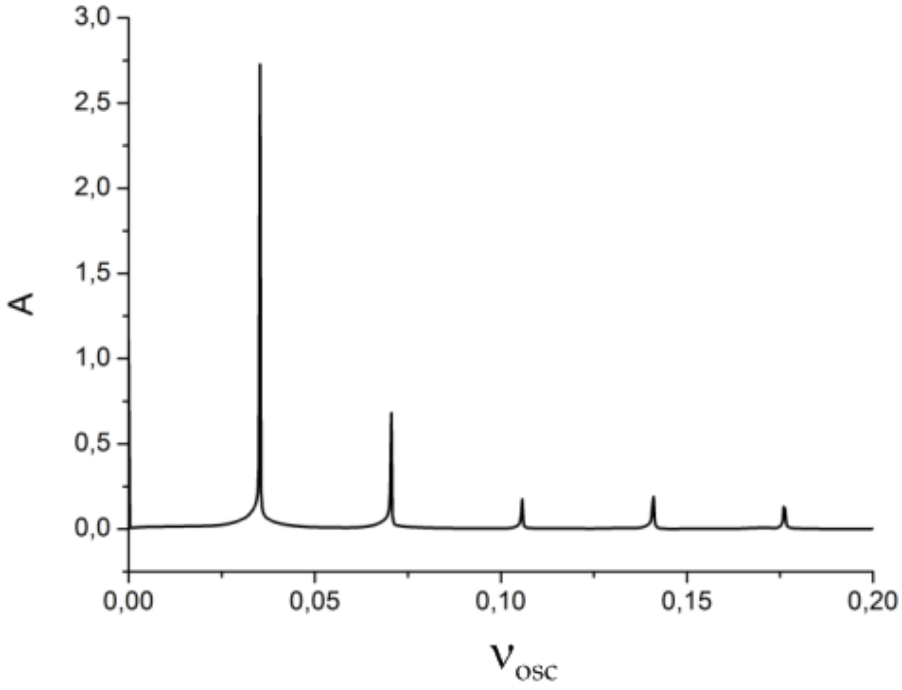


Рисунок 4.12: Спектр Фурье в периодическом режиме Ra=3100 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

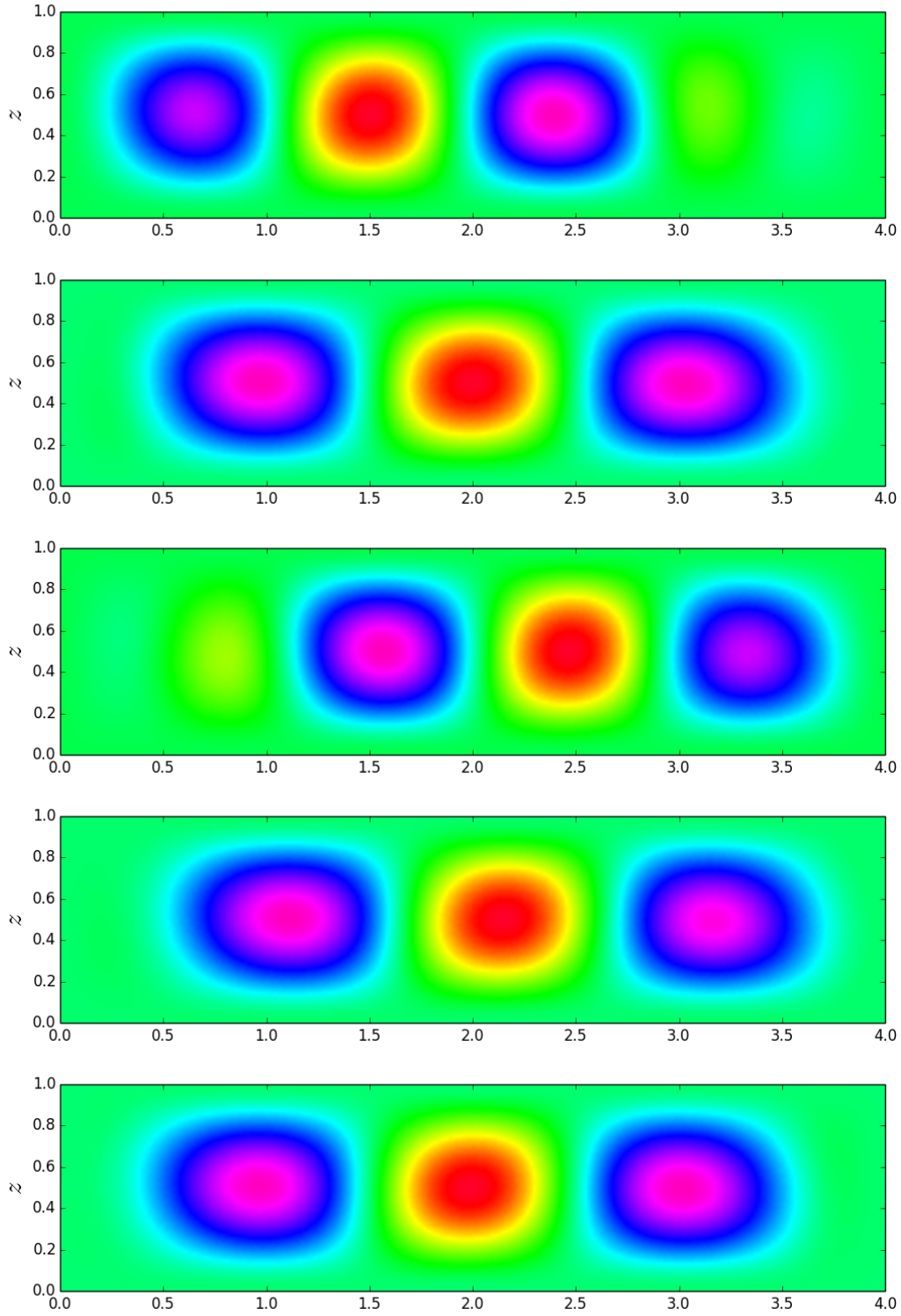


Рисунок 4.13: Поля функции тока $\Psi_{x,z}$ при Ra=3100 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

Временная эволюция максимальной Ψ_{max} (штриховая линия) и локальной Ψ_{loc} (сплошная линия) функций тока для этого нового режима изображена на рис. 4.11. Так же как и в режиме модулированной бегущей волны (см. праграф 4.3.1) имеется слабая амплитудная модуляция

волны. Однако, графики зависимостей $\Psi_{loc}(t)$ для модулированной бегущей волны рис. 4.4 и волны в рассматриваемом здесь режиме рис. 4.11 кардинально отличаются: на периоде колебаний имеется два максимума и два минимума, что свидетельствует о существовании нового волнового режима конвекции (будем называть его периодическим режимом).

Главная частота в спектре Фурье $\Psi_{loc}(t)$ для этого режима (рис. 4.12) $\nu_{osc} = 0.035$. Это приблизительно в четыре раза меньше, чем в режиме бегущей волны. Такое же уменьшение касается фазовой скорости, характеризующей горизонтальное движение волны.

Эволюция поля функции тока со временем представлена на рис. 4.13. Из рисунка видно, что система вихрей движется от одного края ячейки к другому, причем направление движения периодически изменяется.

Таким образом, новое решение представляет собой бегущую волну, отражающуюся от боковых граней ячейки.

Поведение узлов на характеристической плоскости представлено на рис. 4.14, из которого видно, что конвективная структура меняет направление своего движения последовательно слева– направо и обратно. При этом фазовая скорость движения вдоль длинной границы меньше, чем в случае модулированной бегушей волны. Смена направления движения происходит после образования дефекта на характеристической плоскости, когда более интенсивный вихрь одного направления поглощает вихрь другой закрутки.

Причем из анализа рис. 4.15 видно, что максимальный по интенсивности вихрь колеблется в интервале $2,25 < x < 3$ после чего его интенсивность уменьшается, а максимальный вихрь скачком перемещается в интервал $1 < x < 1.6$.

Появление такого нового решения (периодический режим) можно объяснить уменьшением фазовой скорости волны (скорости набегания бегущей волны) на боковую границу и уменьшением конвективного перемешивания внутри конвективного вала, это приводит к изменению распределения поля концентрации в приграничной области и формированию условий для отталкивания бегущей волны.

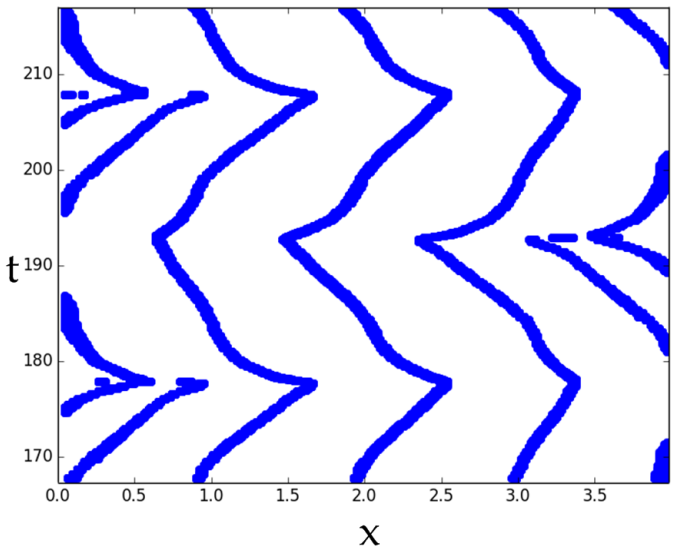


Рисунок 4.14: Периодический режим. Динамика узлов на характеристической плоскости. Ra=3100 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

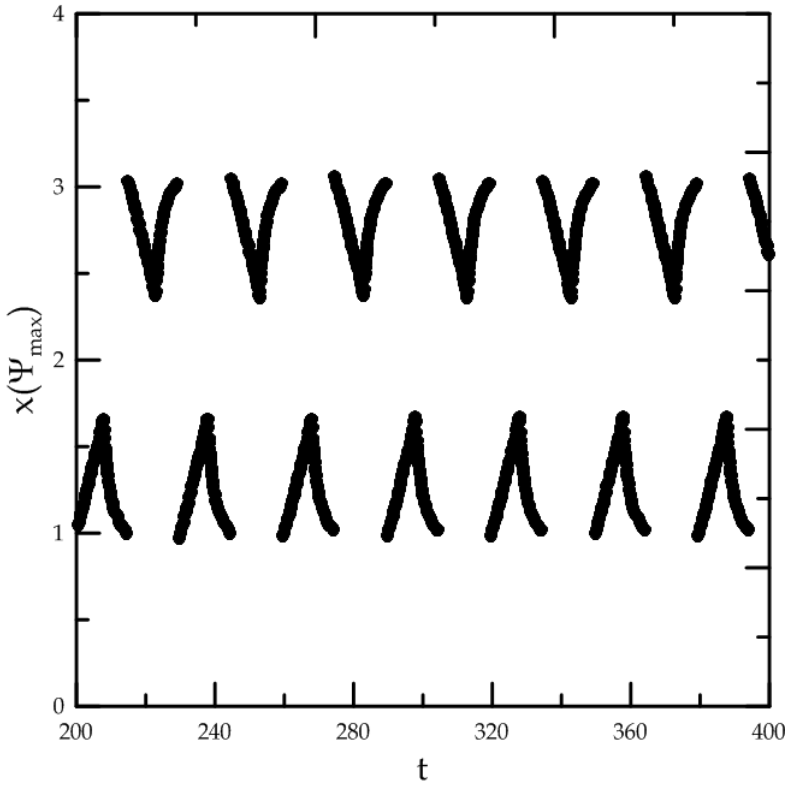


Рисунок 4.15: Зависимость x-координаты Ψ_{max} от времени в периодическом режиме Ra=3100 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

Такое решение существует в интервале 2950<Ra<3300 (область II на рис. 4.3).

4.3.3 Режимы нерегулярных колебаний и ползущего течения

Дальнейшее усложнение конвективной структуры происходит с уменьшением числа Релея. В области 2200<Ra<2950 существует нерегулярное колебательное течение (область III на рис. 4.3).

Зависимости локальной и максимальной функции тока от времени в этом режиме представлены на рис. 4.16. Период колебаний функции тока в ходе эволюции во времени меняется в широких пределах. Интервалы быстропеременного изменения чередуются с интервалами медленного изменения функции тока. Похожие режимы наблюдались и при больших углах наклона ячейки к горизонту.

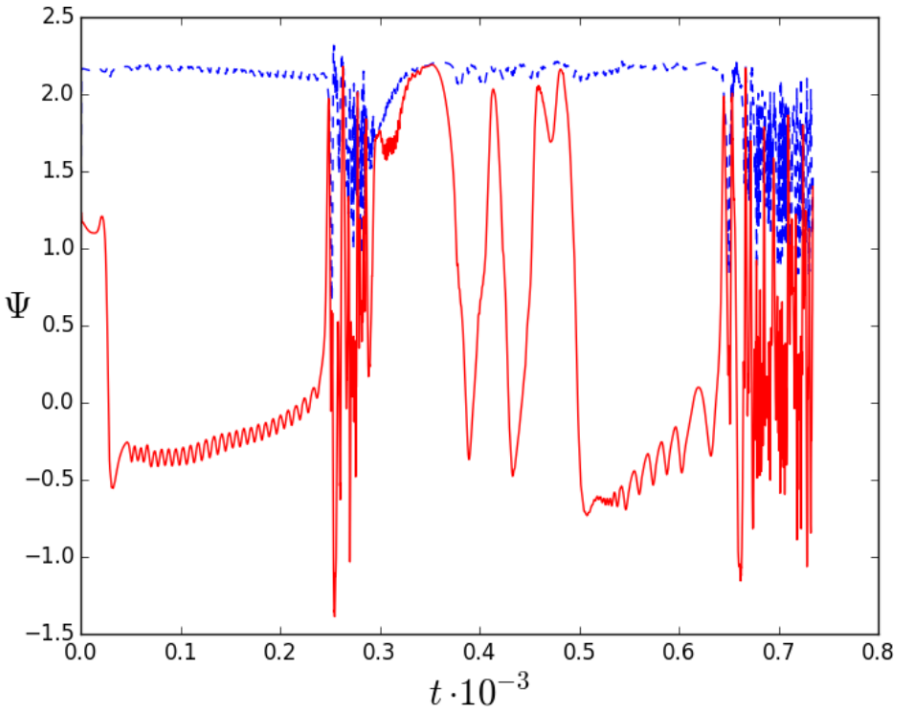


Рисунок 4.16: Зависимости Ψ_{max} (штриховая линия) и Ψ_{loc} (сплошная линия) от времени в нерегулярном режиме Ra=2300 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

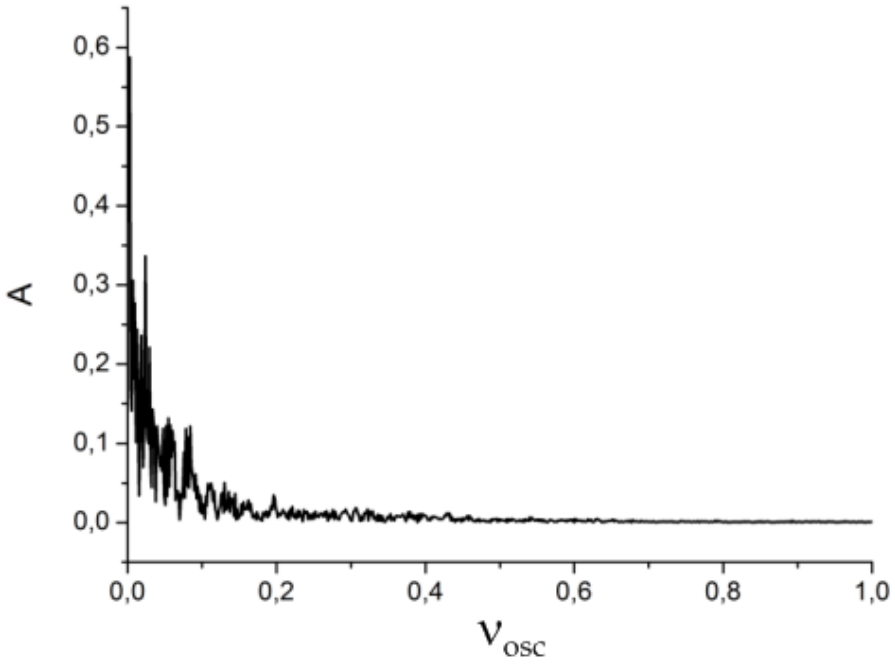


Рисунок 4.17: Спектр Фурье в нерегулярном режиме. Ra=2300, ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

Спектр Фурье на рис. 4.17 функции тока $\Psi_{loc}(t)$ на рис. 4.14 является квазинепрерывным. Он содержит множество гармоник и их производных.

Зависимость от времени координаты, в которой вихрь принимает максимальное значение приведена на рис. 4.18.

Наличие нерегулярных колебательных режимов в коллоидной бинарной смеси (магнитной жидкости) вблизи порога возникновения конвекции (вблизи критического числа Релея или при умеренных интенсивностях нагрева), как уже отмечалось в обзоре литературы (гл. 2) было обнаружено в экспериментах с шаровой полостью [113] и горизонтальным слоем [119]. Нерегулярное колебательное течение другого типа (в виде нерегулярного режима образования пальцеобразных структур), наблюдалось также при умеренных числах Релея при исследовании конвекции в ячейке Хеле-Шоу [12].

При дальнейшем уменьшении числа Релея Ra<2200 (область IV на рис. 4.3) реализуется медленное конвективное течение. Изолинии кон-

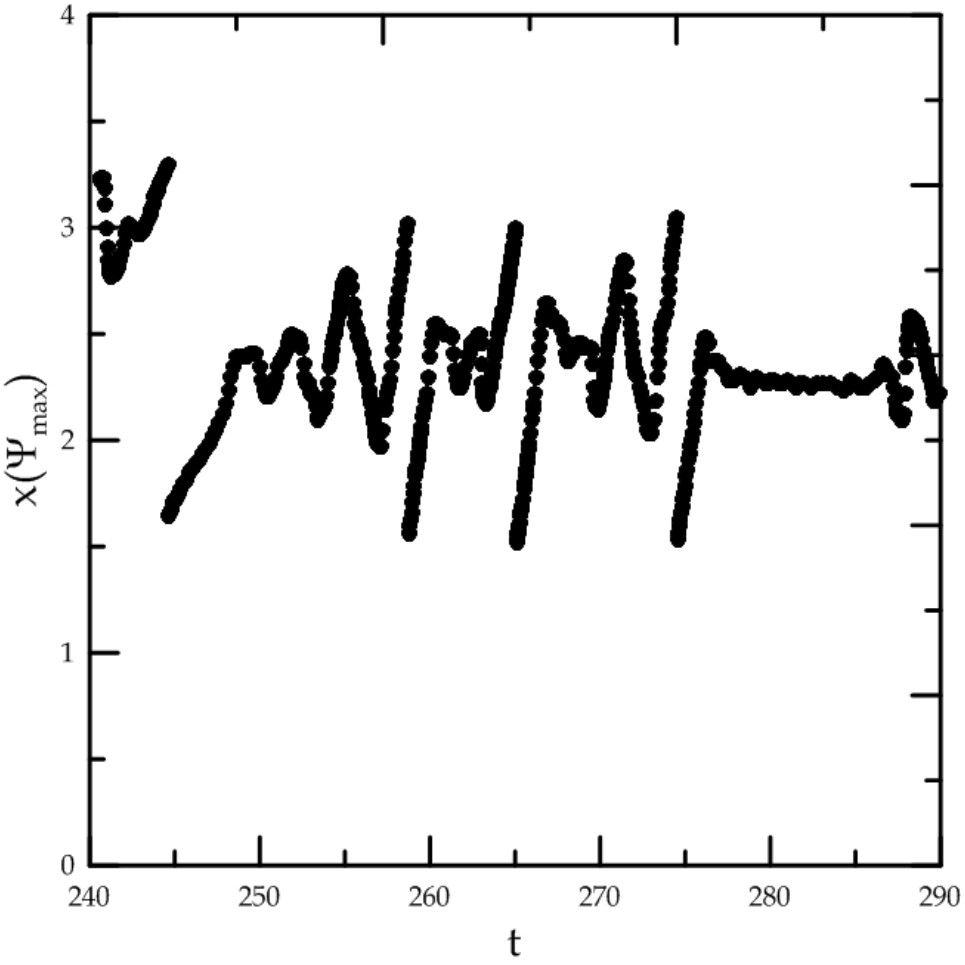


Рисунок 4.18: Зависимость x-координаты ψ_{max} от времени в хаотическом режиме Ra=2400 ($\alpha = 5°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

центрации практически горизонтальны. Слабое течение очень незначительно искажает положение изолиний. Число Нуссельта близко к единице.

4.4 Изменение бифуркационных диаграмм при изменении угла наклона

При изменении угла наклона слоя характер смены режимов на бифуркационной диаграмме изменяется. Например, бифуркационная диаграмма для малого угла наклона величиной 1° представлена на рис. 4.19. Поскольку при уменьшении угла наклона и фиксированном числе Релея

интенсивность конвективного течения и влияние его на перенос примеси уменьшается, то бифуркационная диаграмма содержит меньшее количество разнообразных режимов.

Первый режим (рис. 4.19 I) – модулированная бегущая волна, обладающая теми же свойствами, что для случая $\alpha = 5°$ (область I на рис. 4.3).Второй режим (рис. 4.19 II) является медленным конвективным течением с числом Нусельта, приблизительно равным единице. Периодический режим, в котором волна меняет направление своего движения от одной боковой стенки до другой и нерегулярный колебательный режим в случае $\alpha = 1°$ на бифуркационной диаграмме отсутствуют.

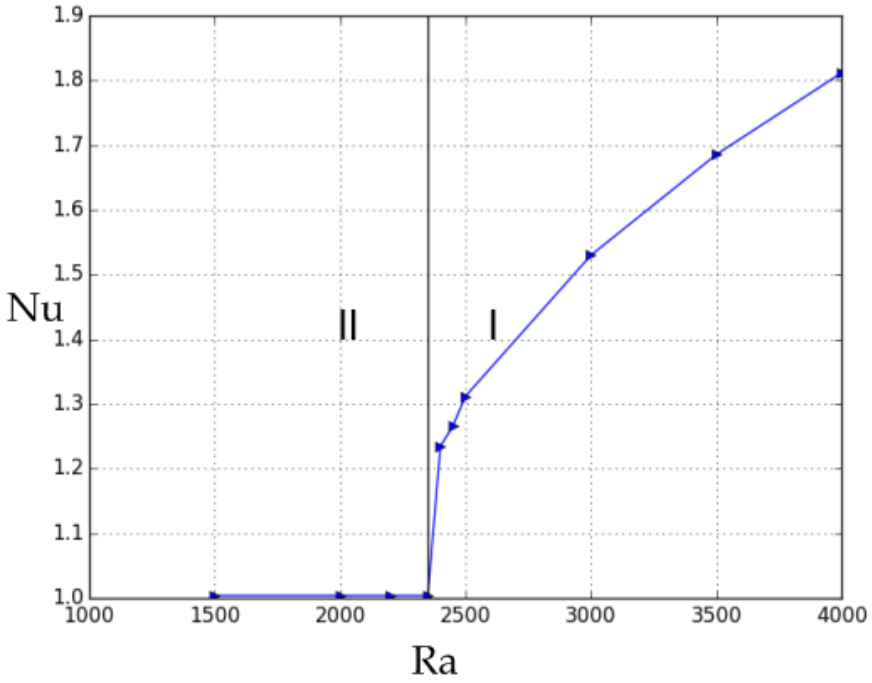


Рисунок 4.19: Бифуркационная диаграмма для угла наклона $\alpha = 1°$. Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

С увеличением угла наклона слоя, конвективные течения усложняются. Периодический режим, в котором волна меняет направление своего движения, отражаясь от боковых границ, появляется при угле наклона $\alpha = 3°$ (рис. 4.20). В этом случае существуют три различных режима: модулированных бегущих волн, волн, отражающихся от боковых стенок и медленного течения.

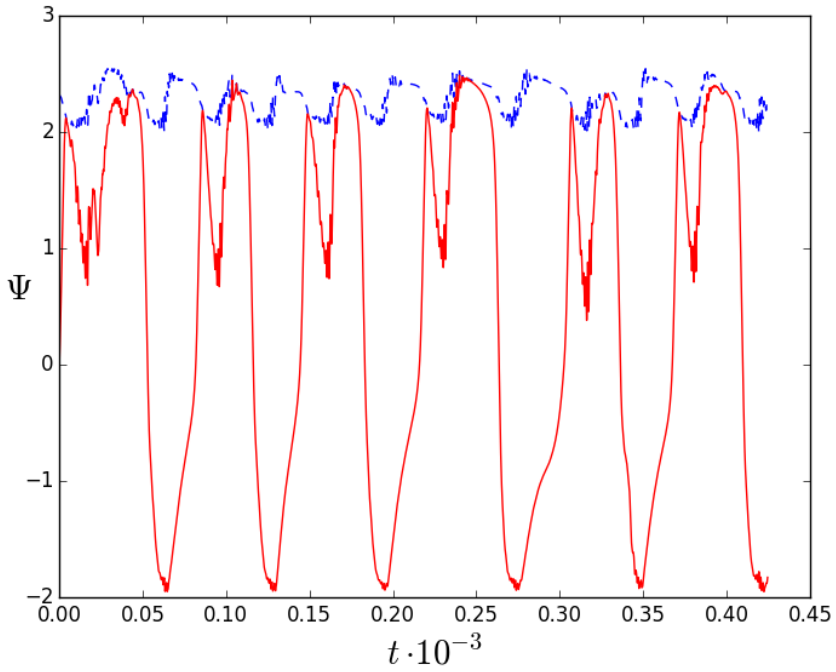


Рисунок 4.20: Зависимости Ψ_{max} (штриховая линия) и Ψ_{loc} (сплошная) от времени в периодическом режиме Ra=2500 ($\alpha = 3°$). Параметры: Le $= 1.5 \times 10^{-4}$, Pr=10, B $= 1.68 \times 10^4$, l=5.6

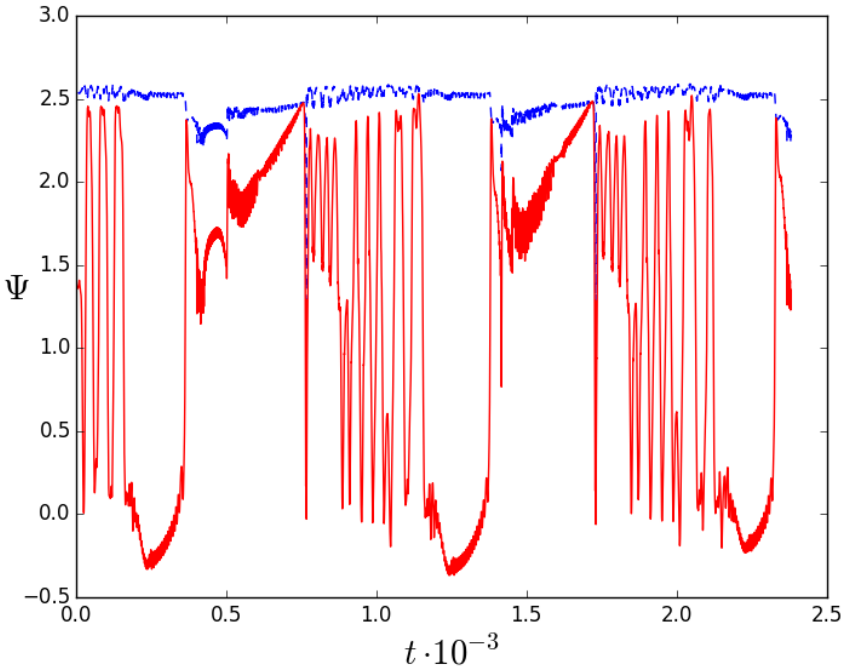


Рисунок 4.21: ЗависимостиΨ_{max} (штриховая линия) и Ψ_{loc} (сплошная) от времени в смешанном режиме Ra=2400 (угол наклона $\alpha = 7°$). Параметры Pr $= 10$; Le $= 1.5 \times 10^{-}4$; $B = 1.68 \times 10^4$; $l = 5.6$

Режим нерегулярных колебаний, в котором чередуются интервалы быстрого и медленного изменения локальной функции тока, обнаруженный при угле наклона слоя $\alpha = 5°$, существует и при больших углах $\alpha = 7°$ и $10°$. В случае $\alpha = 7°$ обнаружен также новый режим, которого не было при меньших углах наклона. В этом режиме чередуются два различных типа поведения конвективной структуры: быстрое колебательное движение структуры от одной боковой границы к другой, сменяется состоянием, в котором структура довольно долго перемещается очень медленно (рис. 4.21).

4.5 Основные итоги четвертой главы

– Получены бифуркационные диаграммы конвективных решений бинарной коллоидной суспензии, заполняющей замкнутую ячейку, наклоненную под небольшим углом к горизонту.

– Найдена область параметров, в которой существует режим модулированных бегущих волн. Проанализированы свойства этого режима.

– Обнаружены режим нерегулярных колебаний и режим волны, периодически меняющей направление своего движения, благодаря отражению от боковых граней ячейки. Изучены пространственно-временные характеристики этих режимов.

– Проанализировано изменение бифуркационных диаграмм и появление среди решений более сложных режимов течения с увеличением угла наклона ячейки к горизонтали.

Заключение

Итоги выполненного исследования:

1. Впервые определено влияние интенсивности вибраций и наклона их оси к горизонтали на границы существования бегущих волн в горизонтальном слое бинарной смеси, обладающей аномальной термодиффузией. Показано, что для горизонтальных вибраций рост числа Гершуни приводит к понижению границ перехода от режима бегущих волн к теплопроводному режиму или к режиму стационарной конвекции.

2. На основе анализа уравнений сделан вывод, о том, что вибрации, направленные под углом к горизонту, разрушают зеркально-сдвиговую симметрию бегущих волн в молекулярной бинарной смеси. Этот вывод проиллюстрирован результатами численного моделирования.

3. Получена приближенная аналитическая зависимость, позволяющая, зная пороги конвекции бинарной смеси в статическом поле тяжести получить критические числа Релея, характеризующие колебательную неустойчивость в вибрационном поле вертикальных вибраций. Показано, что частота нейтральных колебаний не зависит от интенсивности вибрационного воздействия.

4. Продемонстрировано, что высокочастотные вертикальные вибрации стабилизируют режим слабонелинейных бегущих волн, неустойчивый в статическом поле тяжести. Этот результат аналогичен вибрационной стабилизации маятника Капицы в его верхнем положении.

5. Обнаружено и изучено новое конвективное решение – устойчивый режим модулированных по амплитуде и по фазе бегущих волн, существующий в молекулярной бинарной смеси под действием вертикальных высокочастотных вибраций. Показано, что увеличение

интенсивности теплового воздействия при фиксированном уровне вибраций увеличивает глубину модуляции волны.

6. Построены бифуркационные диаграммы конвективных течений коллоидной суспензии в наклонной ячейке. С увеличением угла наклона полости конвективные течения усложняются и появляются новые режимы конвекции: модулированные бегущие волны, режим волны, периодически меняющей направление движения, и нерегулярный колебательный режим. Показано, что более сложное поведение конвективных течений связано с уменьшением фазовой скорости волны.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы.

На основе результатов численного моделирования можно рекомендовать использование высокочастотного вибрационного воздействия для подавления интенсивной конвекции бинарной жидкостной смеси, что может быть полезно в технологических применениях для управления тепло- и массопереносом в неоднородных по составу жидкостных системах. Следует экспериментально исследовать режимы модулированных бегущих волн, и слабонелинейной устойчивой бегущей волны, найденные при численном моделировании в бинарных жидкостных смесях под действием высокочастотных вибраций, а также волн, меняющих направление своего движения в наклонной ячейке с коллоидной суспензией.

Список литературы

1. Ишутов С. М., Смородин Б. Л. Влияние высокочастотных вибраций на образование структур бинарной смеси // Физика для Пермского края. — 2012. — С. 23–26.

2. Ишутов С. М., Мызникова Б. И., Смородин Б. Л. Влияние высокочастотных вибраций на конвекцию молекулярной бинарной смеси // Вестник Пермского университета, Серия: Физика. — 2013. — № 1(23). — С. 25–29.

3. Ишутов С. М. Конвекция в горизонтальном слое бинарной семси под дествием высокочастотных вибраций // 1-я Международная конференция Пермские гидродинамические научные чтения, 28-30 ноября. Тезисы докладов. — 2013. — С. 21.

4. Ishutov S. M., Myznikova B. I., Smorodin B. L. Convection of a binary mixture under high-frequency vibrations // Comptes Rendus Mecanique. — 2013. — Vol. 341. — P. 477–482.

5. Ишутов С. М., Смородин Б. Л., Черепанов И. Н. Конвективные течения коллоидной суспензии в наклонной замкнутой полости // Всероссийская научно-практическая конференция “Актуальные задачи механики сплошных сред”. Тезисы докладов — Пермь. — 2014. — С. 25.

6. Ишутов С. М., Смородин Б. Л., Черепанов И. Н. Влияние наклона полости на тепло-массоперенос в коллоидной суспензии // 2-я Международная конференция Пермские гидродинамические научные чтения, 2-4 декабря. Тезисы докладов. — Пермь. — 2014. — С. 29–30.

7. Smorodin B. L., Myznikova B. I., Ishutov S. M. Travelling-wave convection in a binary fluid mixture under high-frequency vertical vibrations // Phys. Rev. E. — 2014. — Vol. 89. — P. 053004.

8. Смородин Б. Л., Ишутов С. М., Черепанов И. Н. Тепловая конвекция коллоидной суспензии в наклонном контейнере // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20–24 августа. Сборник докладов. — Казань. — 2015. — С. 3533–3534.

9. Smorodin B., Cherepanov I., Ishutov S. Convective flows of colloidal suspension in an inclined closed cell // Sixth International Symposium on Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics. Book of abstracts, 15-17 July. — Paris. — 2015. — P. 162.

10. Смородин Б. Л., Мызникова Б. И., Ишутов С. М. Устойчивость бинарной смеси под действием высокочастотных вертикальных вибраций // 3-я Всероссийская конференция Пермские гидродинамические научные чтения, 13-14 ноября. Тезисы докладов. — Пермь. — 2015. — С. 68.

11. Smorodin B., Cherepanov I., Ishutov S. Convective flows of colloidal suspension in an inclined closed cell // Fluid Dynamics Research. — 2016. — Vol. 48. — P. 061423.

12. Smorodin B., Cherepanov I., Ishutov S. Convection of colloidal suspension in a Hele-Shaw cell // Book of abstracts of 12th International Meeting on Thermodiffusion Madrid May 30th-June 3rd. — Spain. — 2016. — P. 107.

13. Ишутов С.М. Образование конвективных структур в замкнутой ячейке с коллоидной суспензией при малых углах наклона // 4-я Всероссийская конференция Пермские Гидродинамические научные чтения. Тезисы докладов, 9-10 декабря. — Пермь. — 2016. — С. 35–36.

14. Ишутов С.М. Устойчивость горизонтального слоя бинарной смеси при различных направлениях высокочастотных вибраций // XX Зимняя школа по механике сплошных сред, 13-16 февраля. Тезисы докладов. — Пермь. — 2017. — С. 150.

15. Smorodin B. L., Ishutov S. M., Myznikova B. I. On the Convection of a Binary Mixture in a Horizontal Layer Under High-frequency Vibrations // Microgravity-Science and Technology. — 2018. — Vol. 30. — P. 95–102.

16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. — М. : Наука, 1986. — 736 с.

17. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М. : Наука, 1972. — 392 с.

18. Шметер С. М. Физика конвективных облаков. — Л. : Гидрометеоиздат, 1971. — 230 с.

19. Булгаков Н. П. Конвекция в океане. — М. : Наука, 1975. — 272 с.

20. Гетлинг А. В. Конвекция Рэлея-Бенара. — М. : Эдиториал УРСС, 1999. — 247 с.

21. Platten J. K., Legros J. C. Convection in Fluids. — Springer- Verlag, 1984. — 680 p.

22. Cross M. C., Hohenberg P. C. Pattern formation outside of equilibrium // Rev. Mod. Phys. — 1993. — Vol. 65. — P. 851–1112.

23. Thermal nonequilibrium phenomena in fluid mixtures / Ed. by W. Köhler, S. Wiegand. — Berlin : Springer, 2002. — Vol. 584 of Lecture Notes in Physics. — 470 p.

24. Köhler W., Morozov K. Convection in binary fluid mixtures with modulated heating // J. Non-Equilib. Thermodyn. — 2016. — Vol. 41. — P. 151.

25. Путин Г. Ф. Экспериментальное исследование влияния барометрического распределения на течения ферромагнитных коллоидов // Материалы 11-го Рижского совещания по магнитной гидродинамике. — 1984. — Т. 3. — С. 15–18.

26. Rosensweig R. Ferrohydrodinamics. — New York: Cambridge University Press, 1985. — 344 p.

27. Blums E., Cebers A., Maiorov M. Magnetic Fluids. — Berlin : Walter de Gruyter, 1997. — 416 p.

28. Шлиомис М. И. Магнитные жидкости // УФН. — 1974. — Т. 112. — С. 427–458.

29. Шапошников И. Г. К вопросу об учете диффузионных явлений в бинарной смеси // Журнал технической физики. — 1951. — Т. 11. — С. 1309.

30. Шапошников И. Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси // ПММ. — 1953. — Т. 17, № 5. — С. 604–606.

31. Confined states of traveling-wave convection / C. M. Surko, D. R. Ohlsen, S. Y. Yamamoto, P. Kolodner // Phys. Rev. A. — 1991. — Vol. 43. — P. 7101–7104.

32. Kolodner P. Drift, shape, and intrinsic destabilization of pulses of traveling-wave convection // Phys. Rev. A. — 1991. — Vol. 44. — P. 6448–6465.

33. Hurle D. T. G., Jakeman E. Sore-driven thermosolutal convection // Journal of Fluid Mechanics. — 1971. — Vol. 74, no. 4. — P. 667–687.

34. Galdwell D. R. Thermosolutal convection in a solution with large negative Sore coefficient // Journal of Fluid Mechanics. — 1976. — Vol. 74, no. 1. — P. 129–142.

35. Smorodin B. L., Lücke M. Convection in binary fluid mixtures with modulated heating // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 79. — P. 026315.

36. Hollinger St., Lücke M., Müller H. W. Model for convection in binary liquids // Phys. Rev. E. — 1988. — Vol. 57, no. 4. — P. 4250–4264.

37. Transition from traveling-wave to stationary convection in fluid mixtures / D. R. Ohlsen, S. Y. Yamamoto, C. M. Surko, P. Kolodner // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 65. — P. 1431–1434.

38. Fully developed traveling-wave convection in binary fluid mixtures / W. Barten, M. Lücke, W. Hort, M. Kamps // Phys. Rev. Lett. — 1989. — Vol. 63. — P. 376–379.

39. Fütterer C., Lücke M. Growth of binary fluid convection: Role of the concentration field // Phys. Rev. E. — 2002. — Vol. 65. — P. 1–18.

40. Heinrichs R., Ahlers G., Cannell D. S. Traveling waves and spatial variation in the convection of a binary mixture // Phys. Rev. A. — 1987. — Vol. 37. — P. 2761–2764.

41. Moses E., Fineberg J., Steinberg V. Multistability and confined traveling-wave patterns in a convecting binary mixture // Phys. Rev. A. — 1987. — Vol. 35. — P. 2757–2760.

42. Cross C. M. Structure of nonlinear traveling-wave states in finite geometries // Phys. Rev. A. — 1988. — Vol. 38. — P. 3593–3600.

43. Kolodner P., Bensimon D., Surko C. M. Traveling-wave convection in an annulus // Phys. Rev. Lett. — 1988. — Vol. 60. — P. 1723–1726.

44. Competing and coexisting dynamical states of travelling-wave convection in an annulus / D. Bensimon, P. Kolodner, C. M. Surko et al. // J. Fluid Mech. — 1990. — Vol. 217. — P. 441–467.

45. Niemela J., Ahlers G., Cannell D. S. Localized traveling-wave states in binary-fluid convection // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 64. — P. 1365–1368.

46. Barten W., Lucke M., Kamps M. Localizad traveling-wave states in binary-fluid mixtures // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Vol. 66. — P. 2621–2624.

47. Lücke M., Barten W., Kamps M. Convection in binary mixtures: the role of the concentration field // Physica D. — 1992. — Vol. 61. — P. 183–196.

48. Convection in binary fluid mixtures. II. Localized travelling waves / W. Barten, M. Lücke, M. Kamps, R. Schmitz // Phys.Rev. E. — 1995. — Vol. 51. — P. 5662–5680.

49. Batiste O., Knobloch E. Simularion of Localized States of Stationary Convection in 3He-4He Mixture // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 244501.

50. Spatially localized binary-fluid convection / O. Batiste, E. Knobloch, A. Alonso, I. Mercader // J. Fluid Mech. — 2006. — Vol. 560. — P. 149–158.

51. Kolodner P. Coexisting traveling waves and steady rolls in binary-fluid convection // Phys. Rev. E. — 1993. — Vol. 48. — P. R665–R668.

52. Jung D., Lücke M. Bistability of moving and self-pinned fronts of supercritical localized convection structures // EPL. — 2007. — Vol. 80. — P. 14002.

53. Taraut A. V., Smorodin B. L., Lücke M. Collisions of localized convection structures in binary fluid mixtures // New Journal of Physics. — 2012. — Vol. 14. — P. 093055.

54. Шкарапута А. П. Численное исследование бифуркации в задаче конвекции бинарной смеси в замкнутой полости : Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук : 01.02.05 / А. П. Шкарапута ; ПГУ. — Пермь, 2006. — 130 с.

55. Traveling waves and chaos in convection in binary mixtures / R. W. Walden, P. Kolodner, A. Passner, C. M. Surko // Phys. Rev. Lett. — 1985. — Vol. 55. — P. 496–499.

56. Jung D., Matura P., Lücke M. Oscillatory convection in binary mixtures: Thermodiffusion, solutal buoyancy, and advection // European Physical Journal E. — 2004. — Vol. 15. — P. 293–304.

57. Smorodin B.L., Myznikova B.I., Legros J.C. Evolution of convective patterns in a binary-mixture layer subjected to a periodical change of the gravity field // Phys. Fluids. — 2008. — Vol. 20, no. 7. — P. 094102.

58. Smorodin B. L., Lücke M. Binary-fluid-mixture convection with low-frequency modulated heating // Phys. Rev. E. — 2010. — Vol. 82. — P. 016310.

59. Jung D., Lücke M. Localized waves without the existence of extended waves: oscillatory convection of binary mixtures with strong Soret effect // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 89, no. 5. — P. 054502.

60. Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г. Ф. Разделение смесей и тепломассоперенос в связанных каналах // Письма в "Журнал технической физики". — 2008. — Т. 34. — С. 41–51.

61. Глухов А. Ф., Демин В. А. Экспериментальное и теоретическое исследование конвекции бинарной смеси в связанных каналах // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. — 2006. — Т. 1. — С. 15–23.

62. Глухов А. Ф., Демин В. А., Путин Г. Ф. Нелинейные колебания бинарной смеси в связанных каналах при положительном эффекте Соре // Вестник Пермского университета. — 2007. — Т. 1. — С. 1–11.

63. Устойчивость адвективного течения бинарной смеси в плоском горизонтальном слое с идеально теплопроводными границами / Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, Д.А. Никитин, А.В. Перминов // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2010. — № 3. — С. 129–139.

64. П.Л. Капица. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса // Журнал экспериментальной и теоретической abpbrb. — 1951. — Т. 21. — С. 588–597.

65. П.Л. Капица. Маятник с вибрирующим подвесом // Успехи физических наук. — 1951. — Т. 44. — С. 7–20.

66. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. Thermal vibrational convection. — England : Wiley, 1998. — 392 p.

67. Lappa M. Fluids, Materials and Microgravity: Numerical Techniques and Insights into Physics. — Amsterdam : Elsevier, 2004. — 392 p.

68. Experimental evidence of thermal vibrational convection in nonuniformly heated fluid in a reduced gravity environment / Mialdun A., Ryzhkov I. I., Melnikov D. E., Shevtsova V. // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 084501.

69. Современные математическе модели конвекции / К. Андреев, В, Ю.А. Гапоненко, О.Н. Гончарова, В.В Пухначев. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 230 с.

70. Зеньковская С.М., Симоненко И.Б. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1966. — № 5. — С. 51–55.

71. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в невесомости // Доклады АН СССР. — 1979. — Т. 249. — С. 580–584.

72. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле в невесомости // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. — 1981. — № 4. — С. 12–19.

73. Заварыкин М.П., Зорин С.В., Путин Г.Ф. О термоконвективной неустойчивости в вибрационном поле // Доклады АН СССР. — 1988. — Т. 299. — С. 309–312.

74. Иванова А.А., Козлов В.Г. Экспериментальное изучение влияния вертикальных вибраций на конвекцию в горизонтальном цилиндрическом слое // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1985. — № 6. — С. 180–183.

75. В.Г. Козлов. О вибрационной тепловой конвекции в сосуде, совершающем высокочастоные качательные вибрации // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1988. — № 3. — С. 138–144.

76. Козлов В.Г. Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2004. — № 1. — С. 5–13.

77. Demin V.A. Gershuni G.Z. Verkholantsev I.V. Mechanical quasiequilibrium and thermovibrational convective instability in an inclined fluid layer // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 1996. — Т. 39, № 9. — С. 1979 – 1991.

78. Перминов А.В., Любимова Т.П. Устойчивость термовибрационной конвекции псевдопластической жидкости в плоском вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. — 2017. — Т. 10, № 1. — С. 78–89.

79. Lappa M. Thermal convection: patterns, evolution and stability (Historical Background and Current Status). — England : Wiley, 2010. — 392 p.

80. Ostrach S. Low-Gravity fluid flows // Annu. Rev. Fluid Mech. — 1982. — Vol. 14. — P. 313–345.

81. Alexander J.I.D. Low-gravity experiment sensitivity to residual acceleration: a review // Microgravity Sci. Technol. — 1990. — Vol. 3, no. 2. — P. 52–68.

82. On the vibrational convective instability of a horizontal, binary-mixture layer with Soret effect / G.Z. Gershuni, A.K. Kolesnikov,

J.C. Legros, B.I. Myznikova // Journal of Fluid Mechanics. — 1997. — Vol. 330. — P. 251–269.

83. On the convective instability of a horizontal binary mixture layer with Soret effect under transversal high frequency vibration., / G.Z. Gershuni, A.K. Kolesnikov, J.C. Legros, B.I. Myznikova // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1999. — Vol. 42. — P. 547–553.

84. Thermodiffusion in binary mixture in the presence of g-jitter / M. Chacha, D. Faruque, M.Z. Saghir, J.C. Legros // Int. J. Therm. Sci. — 2002. — Vol. 41. — P. 899–911.

85. Dynamics of a binary mixture subjected to a temperature gradient and oscillatory forcing / V. Shevtsova, Y.A. Gaponenko, V. Sechenyh et al. // J. Fluid Mech. — 2015. — Vol. 767. — P. 290–322.

86. Ouadhani S., Abdennadher A., Mojtabi A. Analytical and numerical stability analysis of Soret-driven convection in a horizontal porous layer: the effect of vertical vibrations // European Physical Journal E. — 2017. — Vol. 40, no. 4. — P. 38.

87. Development of convection in binary mixture with Soret effect / V. Shevtsova, D. Melnikov, A. Mialdun, J.C. Legros // Microgravity Sci. Technol. — 2006. — Vol. 18, no. 3-4. — P. 38–41.

88. Щукин Е. Д., Перцов А. В., Амелина Е. А. Коллоидная химия. — М. : Эдиториал УРСС, 1982.

89. Yu W., Xie H. A review on nanofluids: Preparation, stability mechanisms, and applications // Journal of Nanomaterials. — 2012. — P. 435873.

90. Фертман В. Е. Магнитные жидкости. — Минск : Вышэйшая школа, 1988. — 184 с.

91. Глухов А. Ф., Путин Г. Ф. О влиянии гравитационных градиентов концентрации на конвективные течения магнитной жидкости //

Тез. Докл. IV Всесоюзн. Конференции по магнитным жидкостям. Иваново. — 1985. — С. 88.

92. Глухов А. Ф., Путин Г. Ф. Конвекция в коллоидах в условиях гравитационного осаждения магнитной фазы // 11-я Зимняя школа по механике сплошных сред. — 1997. — С. 104.

93. Глухов А. Ф., Путин Г. Ф. Установление равновестного барометрического распределения частиц в магнитной жидкости // Гидродинамика. — 1999. — Т. 12. — С. 92–103.

94. Dhont J.K.G. An Introduction to Dynamics of Colloids. — Amsterdam : Elsevier, 1996. — 230 p.

95. Buongiorno J. Convective Transport in Nanofluids // Trans. ASME, J. Heat Transf. — 2006. — T. 128. — C. 240–250.

96. Löwen H. Particle-resolved instabilities in colloidal dispersions // Soft Matter. — 2010. — Vol. 6. — P. 3133.

97. Podolny A ., Nepomnyashchy A., Oron A. Rayleigh-Marangoni Instability of Binary Fluids with Small Lewis Number and Nano-Fluids in the Presence of the Soret Effect // Fluid Dynamics and Materials Processing. — 2010. — Vol. 6. — P. 13–40.

98. Shliomis M.I., Souhar M. Self-oscillatory convection caused by the Soret effect // EPL. — 2000. — Vol. 49. — P. 55.

99. Shliomis M. I., Smorodin B. L. Onset of convection in colloids stratified by gravity // Phys. Rev. E. — 2005. — Vol. 71. — P. 036312.

100. Traveling-wave convection in colloids stratified by gravity / B. L. Smorodin, I. N. Cherepanov, B. I. Myznikova, M. I. Shliomis // Phys. Rev. E. — 2011. — Vol. 84. — P. 026305.

101. Huke B., Pleiner H., Lücke M. Convection patterns in colloidal solutions // Phys. Rev. E. — 2007. — Vol. 75, no. 3. — P. 036203.

102. Smorodin B.L., Cherepanov I.N. Convection of colloidal suspensions stratified by thermodiffusion and gravity // The European Physical Journal E. — 2014. — Vol. 37. — P. 118.

103. Черепанов И. Н., Смородин Б. Л. Конвекция коллоидной суспензии в замкнутой горизонтальной полости // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2015. — Т. 147. — С. 363–371.

104. Donzelli D., Cerbino R., Vailati A. Bistable Hate Transfer in a Nanofluid // Phys. Rev. Lett. — 2009. — Vol. 102. — P. 10503.

105. Bernardin M., Comitani F., Vailati A. Tunale heat transfer with smart nanofluids // Phys. Rev. E. — 2012. — Vol. 85. — P. 066321.

106. Thermal convection in a thermosensitive colloidal suspension / F. Winkel, S. Messlinger, W. Schöpf et al. // New J. Phys. — 2010. — Vol. 12. — P. 053003.

107. Glässl M., Hilt M., Zimmermann W. Convection in nanofluids with a particle-concentration-dependent thermal conductivity // Phys. Rev. E. — 2011. — Vol. 83. — P. 046315.

108. Glässl M., Hilt M., Zimmermann W. Convection in colloidal suspensions with particle-concentration-dependent viscosity // The European Physical Journal E. — 2010. — Vol. 32. — P. 265–272.

109. Ryskin A., Pleiner H. Influence of sidementation on convective instabilities in colloidal suspensions // Inrernational Jornal of Bifurcation and Chaos. — 2010. — Vol. 20. — P. 225–234.

110. On features of ferrofluid convection caused by barometrical sedimentation / T. Tynjälä, A. Bozhko, P. Bulychev et al. // J. Magn. Magn. Mater. — 2005. — Vol. 300. — P. 195–198.

111. Пространственно-временной хаос в конвекции коллоидов / А. А. Божко, П. В. Булычев, Г. Ф. Путин, Т. Тыньяла // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2007. — № 1. — С. 29–38.

112. Zuber N., Findlay J. A. Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems // J. Heat Trans. — 1965. — Vol. 87. — P. 453468.

113. Bozhko A. A. Onset of convection in magnetic fluids // Physics Procedia. — 2010. — Vol. 9. — P. 176–180.

114. Complex behaviour of a nanofluid near thermal convection onset: Its nature and features / M. T. Krauzina, A. A. Bozhko, P. V. Krauzin, S.A. Suslov // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2017. — Vol. 104. — P. 688–692.

115. The use of ferrofluids for heat removal: Advantage or disadvantage? / M. T. Krauzina, A. A. Bozhko, P. V. Krauzin, S.A. Suslov // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2017. — Vol. 431. — P. 241–244.

116. Глухов А. Ф., Путин Г. Ф. Конвекция магнитных жидкостей в связанных каналах при подогреве снизу // Механика жидкости и газа. — 2010. — № 5. — С. 41–48.

117. Тепловая конвекция феррожидкости в узких каналах / А. Ф. Глухов, В. А. Демин, И. А. Мальгачева, Е. А. Попов // Известия Томского политехнического университета. — 2012. — № 4. — С. 41–45.

118. Глухов А. Ф., Демин В.А., Попов Е. А. Тепловая конвекция магнитной наносуспензии в узких каналах // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2013. — № 1. — С. 41–51.

119. Kolchanov N. V., Putin G. F. Gravitational convection of magnetic colloid in a horizontal layer // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2015. — Vol. 89. — P. 90–101.

120. Kolchanov N. V., Arefyev I. M. Thermal convection in a layer of magnetic colloid based on a single-component fluid // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2017. — Vol. 111. — P. 1112–1120.

121. Путин Г. Ф., Божко А. А. О гравитиационно-конвективной неустойчивости в коллоидах // Вестник Пермского университета. Серия: Математима. Механика. Информатика. — 2012. — № 1. — С. 12–16.

122. Chang B. H., Mills A. F., Hernandez E. Natural convection of microparticle suspensions in thin enclosures // Int. J. Heat Mass Transfer. — 2008. — Vol. 51. — P. 1332–1341.

123. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. — М. : Мир, 1980. — 616 с.

124. Matura P., Lücke M. Driving convection in a fluid layer by a temperature gradient or a heat current // Phys. Rev. E. — 2006. — Vol. 73. — P. 037301(4).

125. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. — М. : Наука, 1989. — 320 с.